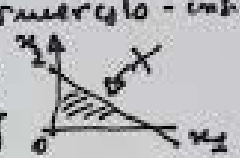


Teoria delle Scelte

* Si osservano le scelte dell'agente economico per studiare e prevedere il suo comportamento

X := insieme (finito o infinito) di possibili scelte alternative (prodotti di un supermercato - insiemi di bilancio)



$X = \{a, b, c, \dots, z\}$

$2^X := \mathcal{P}(X)$ insieme di tutti i possibili sottoinsiemi di X (power set)

es. $X = \{a, b, c\}$ $\mathcal{P}(X) = \left\{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \right\}$

$c: \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$ è un "operatore di contrazione" o corrispondenza (funzione, se a valori singoli) di scelta, tale che

$$\forall A \in \mathcal{P}(X) \quad c(A) \subseteq A.$$

es. 1 $c_1 = \begin{cases} c_1(\{a, b\}) = \{a\} \\ c_1(\{a, b, c\}) = \{a\} \end{cases}$

$$c_2 = \begin{cases} c_2(\{a, b\}) = \{a\} \\ c_2(\{a, b, c\}) = \{a, b\} \end{cases}$$

Assiomi di razionalità su C

① Assioma debole delle preferenze rivelate (WARP)

Se per qualche $A \in \mathcal{F}(X)$ con $\{a, b\} \in A$
abbiamo che $\{a\} \in C(A)$, allora per ogni
 $B \in \mathcal{F}(X)$ con $\{a, b\} \in B$ e $\{b\} \in C(B)$
dobbiamo avere che anche $\{a\} \in C(B)$

② Eredità (Heritage - Chernoff 1954 - Sen - α)

$\forall A, B \in \mathcal{F}(X)$, se $B \subseteq A$ allora

$$C(A) \cap B \subseteq C(B)$$

③ Sarti (outset) (Chernoff 1954 - Aizerman 1979)

$\forall A, B \in \mathcal{F}(X)$, se $C(A) \subseteq B \subseteq A$

allora $C(A) = C(B)$

④ Indipendenza dal superfluo (Aigrot, 1969 - Plott, 1973)

$\forall A, B \in \mathcal{F}(X)$

$$C(A \cup B) = C(C(A) \cup B)$$

Teorema (Aizerman - Mal'nevsky, 1981)

Heritage + Outcast $\Rightarrow$ Indipendenza dal surplus

Da WARP ottengo una relazione d'ordine in modo "naturale"

Def (preferenze rivelate) $\succsim^*$

$\exists$ qualche $A \in \mathcal{P}(X)$ tale che $\{a, b\} \in A$ e $\{a\} \in C(A)$
se e solo se

$$a \succsim^* b$$

cioè, a si rivela essere almeno buono quanto b .

es. 2 La scelta c_1 dell'esempio 1 soddisfa WARP, ma non è completa.

La scelta c_2 dell'esempio 2 viola WARP

DOMANDA: Quale relazione esiste tra l'approccio Tradizionale di Teoria delle scelte del consumatore e l'approccio qui delimitato. Cioè dato un insieme di alternative E un qualche ordinamento di preferenze razionali posso da questi generare una struttura di scelta $(X, C(\cdot))$ ad esse coerenti? E viceversa.

Per semplicità, supponiamo X finito, presa una qualunque relazione di preferenze razionali $\succsim$ definite su X , definiamo il comportamento massimizzante dell'agente come la scelta descritto da:

$$C^*(A, \succsim) = \{a \in A \mid a \succsim b \quad \forall b \in A \cap P(X)\}$$

insieme degli elementi massimali.

Proposizione 1. Se le preferenze $\succsim$ sono razionali, Allora la scelta generata dal comportamento di un agente che massimizza $\succsim$, soddisfa WARP

cioè, dato $(X, \succsim)$ con $\succsim$ razionali $\Rightarrow C^*$ soddisfa WARP

Al contrario (da $C: P(X) \rightarrow P(X)$ a $(X, \succsim)$)

Def 2. Dato $C: P(X) \rightarrow P(X)$, una relazione di preferenze $\succsim$ razionali razionalizza $C(\cdot)$ su $P(X)$ se

$$C(A) = C^*(A, \succsim) \quad \forall A \in P(X)$$

cioè se $\succsim$ genera $C(\cdot)$

Osservazione: WARP non è sufficiente a garantire l'esistenza di $\succsim$ razionali, cioè

$C(\cdot)$ soddisfa WARP $\nRightarrow \succsim^*$ su X massimizzante.

In fatti:

④

es. 3. $X = \{x, y, z\}$

$$\left. \begin{aligned} c(\{x, y\}) &= \{x\} \\ c(\{x, z\}) &= \{z\} \\ c(\{y, z\}) &= \{y\} \end{aligned} \right\} = C_3$$

C_3 soddisfa WARP

ma da

$$x \succ y$$

$$z \succ x$$

$$y \succ z$$

cioè $x \succ y \succ z \succ x$

preferenze non
Transitive (cicliche)

Proposizione 2. Se $c: \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$ soddisfa WARP e
(Arrow, 1959) $\mathcal{P}(X)$ include tutti i sottoinsiemi di X ^{con} almeno
3 elementi, allora esiste $\succsim$ razionale che
razionalizza $c(\cdot)$ su $\mathcal{P}(X)$, cioè

$$c(A) = C^{\succsim}(A, \succsim)$$

Inoltre $\succsim$ è unica.