I appello – Ricerca operativa 30.05.2014

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Società gestisce una squadra di calcio adottando una politica di massimizzare il suo profitto nel caso peggiore, cioè nel caso in cui i risultati della squadra non siano buoni, in un orizzonte temporale di 1 anno. Così si concentra sull'acquisto/vendita dei giocatori. Per brevità consideriamo solo gli acquisti, senza interazione con le vendite, e solo genericamente i tre reparti: difesa, centrocampo, attacco.

La Società può acquistare i seguenti giocatori, di cui stima sia il costo attuale sia il valore atteso fra 1 anno:

:: in difesa 7 giocatori, siano $g_1, \ldots, g_7$, a un costo c_i e con valore atteso v_i per $i = 1, \ldots, 7$;

:: a centrocampo 9 giocatori, siano $g_8, \ldots, g_{16}$, a un costo c_i e con valore atteso v_i per $i = 8, \ldots, 16$;

:: in attacco 7 giocatori, siano $g_{17}, \ldots, g_{23}$, a un costo c_i e con valore atteso v_i per $i = 17, \ldots, 23$.

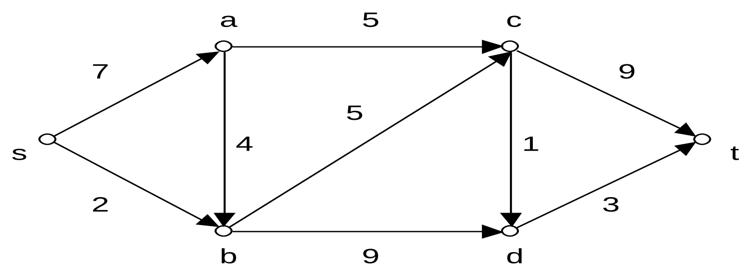
(ad esempio un giocatore giovane avrà un valore atteso fra 1 anno superiore al suo costo attuale)

Per diversi motivi: la Società, per ogni reparto, vuole acquistare da 2 a 4 giocatori; il budget per gli acquisti della Società è pari a B; riguardo i giocatori g_1, g_3, g_9, g_{19} la Società o li acquista tutti o nessuno.

Il problema è scegliere quali giocatori acquistare, garantendo i vincoli di reparto, di budget, e dei giocatori g_1, g_3, g_9, g_{19}, al fine di massimizzare la somma dei profitti attesi fra 1 anno dei giocatori acquistati (per ogni giocatore il profitto atteso fra 1 anno è dato dalla differenza fra il valore atteso fra 1 anno e il costo attuale).

2. Descrivere brevemente il metodo "branch and bound" per la soluzione di problemi di programmazione lineare intera.

3. Determinare mediante l'algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



4. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare; (iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 5, 8, 3, 2, 7;

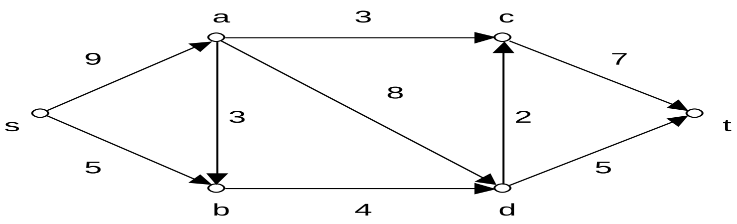
le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_5$.

II appello – Ricerca operativa 20.06.2014

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.
Una Ditta decide di assumere persone da scegliere fra un insieme *C* di 10 candidati per svolgere globalmente un insieme *A* di 5 attività; in particolare un candidato, una volta assunto, svolgerà le attività fra quelle in *A* per le quali ha abilità. Tramite colloqui, la Ditta determina il sottoinsieme A_i di attività in *A* per le quali il candidato *i* ha abilità, per $i = 1, \dots, 10$ (o equivalentemente, la Ditta determina il sottoinsieme di candidati C_j in *C* che ha abilità per l'attività *j*, per $j = 1, \dots, 5$). Il costo per assumere il candidato *i* è pari a c_i , per $i = 1, \dots, 10$. Il problema è scegliere quali persone assumere fra i 10 candidati, con il vincolo che per ogni attività ci siano almeno 2 persone abili, in modo da minimizzare il costo totale per le assunzioni.

2. Sia *P* un problema di Programmazione Lineare Intera. Spiegare: (i) cosa si intende per *rilassamento continuo* (o *lineare*) di *P*; (ii) che relazione c'è tra il valore della soluzione ottima di *P* e il valore della soluzione ottima del rilassamento continuo di *P* (assumendo che *P* sia un problema di minimizzazione); (iii) cosa si intende per *matrici totalmente unimodulari* e qual è l'utilità di riconoscere tali matrici nell'ambito della Programmazione Lineare Intera.

3. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



4. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "localizzazione di impianti"; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare intera; (iii) determinare una soluzione "greedy" dell'istanza riportata di seguito.

matrice c_{ij}
impianti

		1	2	3	4
	1	4	0	0	1
	2	1	3	4	1
	3	0	1	3	0
clienti	4	2	0	1	2
	5	3	4	0	2
vettore d_j :		3	1	4	3

III appello – Ricerca operativa 11.07.2014

1. Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.
Una ditta desidera produrre due tipi di pasta, siano Base e Tradizionale, usando tre tipi di grano, siano A, B, C, che sono a disposizione in quantità rispettivamente di 2700, 1400, 300 unità. Il profitto che l'azienda presume di trarre dalla produzione di 1 unità di Base è 3, mentre dalla produzione di 1 unità di Tradizionale è 7. Tali produzioni necessitano di particolari combinazioni dei tre tipi di grano. Per produrre 1 unità di Base, si ha bisogno di: 3 unità di A, 1 unità di B. Per produrre 1 unità di Tradizionale, si ha bisogno di: 2 unità di A, 1 unità di B, 1 unità di C. Il problema è organizzare la produzione (cioè stabilire quante unità di Base e di Tradizionale produrre) in modo di massimizzare il profitto totale.

2. Sia *P* il problema di programmazione lineare dell'Esercizio 1. Sviluppare i seguenti punti:
2a) costruire il problema duale, sia *D*, del problema *P*;
2b) spiegare che relazione c'è fra il valore della soluzione ottima del problema *P* e il valore della soluzione ottima del problema *D* [nel caso in cui tali soluzioni ottime esistano];
2c) illustrare l'interpretazione economica dei valori delle variabili del problema *D* all'ottimo.

3. Descrivere un qualsiasi problema di natura pratica (anche inventandolo) che può essere formulato in termini di programmazione lineare intera con funzione obiettivo da minimizzare.

4. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.
Un bene deve essere prodotto su un orizzonte temporale composto da 4 periodi. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità prodotta all'inizio del periodo t e la giacenza alla fine del periodo t. In particolare, all'inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in magazzino, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 4. La funzione costo di produzione è: $C_t = A_t\, w(x_t) + c_t x_t$, dove: $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti. La funzione costo di stoccaggio è: $H_t = h_t x_t$. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, sia d_t la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) nel periodo t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Domanda	A	c	h
1	40	10	2	1
2	50	10	2	2
3	70	20	3	1
4	40	10	1	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni t) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

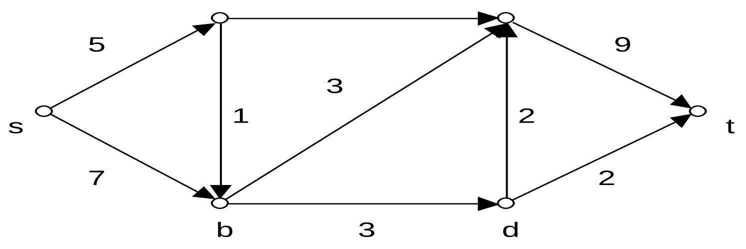
I appello – Ricerca operativa 29 Maggio 2015

1. Al fine di spiegare cosa si intende per "interpretazione economica della dualità":
(i) descrivere un qualsiasi problema di natura pratica in termini di programmazione lineare, sia *P*, tale che sia possibile definire una interpretazione economica del valore delle variabili del problema duale di *P* all'ottimo;
(ii) formulare il problema duale di *P*, sia *D*, e spiegare il significato del valore che le variabili del problema *D* assumono all'ottimo.

2. Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.
Una Regione con 4 Province, siano $P_1, \ldots, P_4$, finanzia al momento 4 Strutture (di eccellenza) per la Cardiologia, siano $S_1, \ldots, S_4$, uno per Provincia. Si stima che:
:: per ogni Struttura S_i (per $i = 1, \ldots, 4$): c'è una capacità ricettiva annuale pari a r_i pazienti (dalla Regione); inoltre c'è un "costo fisso" annuale pari a C_i che rappresenta il costo annuale sostenuto dalla Regione per la sola apertura della Struttura *i*;
:: per ogni Provincia P_j (per $j = 1, \ldots, 4$): c'è un numero p_j di pazienti (attesi) da ricoverare in un anno presso una Struttura di Cardiologia della Regione;
:: per ogni coppia Struttura S_i e Provincia P_j (per $i = 1, \ldots, 4$, per $j = 1, \ldots, 4$): c'è un "costo marginale" pari a c_{ij} che rappresenta il costo per ricoverare nella Struttura S_i un paziente dalla provincia P_j [esso è la somma del costo sostenuto dalla Regione per ricoverare in S_i un paziente generico e dal costo sostenuto da un paziente (atteso) da P_j per essere ricoverato in S_i].
Il problema è individuare quali Strutture eventualmente chiudere fra $S_1, \ldots, S_4$ nel contesto di (cioè determinando) una gestione dei ricoveri che garantisca a ogni paziente (atteso) il ricovero presso una Struttura della Regione e che minimizzi la somma dei "costi fissi" e dei "costi marginali".

3. Descrivere brevemente: (i) cosa si intende per "matrice totalmente unimodulare", (ii) qual è la proprietà principale di tali matrici nel contesto della Programmazione Lineare Intera, (iii) qual è l'utilità di tale proprietà.

4. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



II appello – Ricerca operativa 19 Giugno 2015

III appello – Ricerca operativa 10 Luglio 2015

1. Sviluppare i seguenti punti:

a) definire cosa si intende per “problema di programmazione lineare”;
b) descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come “problema di programmazione lineare” in cui la funzione obiettivo è da minimizzare;
c) descrivere brevemente il “metodo del simplesso” per la risoluzione di un “problema di programmazione lineare”.

2. Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.

Un Provveditorato deve decidere le nomine esterne per formare le Commissioni dell’Esame di Stato. Per comodità si assuma che tale decisione sia ristretta a una singola materia. Sono presenti un insieme D di docenti e un insieme S di Scuole. In particolare:

:: ogni Docente in D può essere nominato in al più una Scuola in S;

:: ogni Scuola $j \in S$ richiede che vengano nominati in tale Scuola un numero b_j di Docenti in D;

:: ogni Docente $i \in D$ può essere nominato soltanto in un sottoinsieme $S_i \subseteq S$ di Scuole per motivi di opportunità [ad esempio un Docente non può essere nominato nella Scuola in cui lavora durante l’anno o nelle Scuole considerate troppo vicine a questa]; in altri termini ad ogni Docente $i \in D$ è associato un sottoinsieme $S_i \subseteq S$ di Scuole nelle quali soltanto può essere nominato, ed automaticamente a ogni Scuola $j \in S$ è associato un sottoinsieme $D_j \subseteq D$ di Docenti i quali soltanto possono essere nominati in tale Scuola;

:: per ogni Docente $i \in D$ e per ogni Scuola $j \in S$, nominare il Docente i nella Scuola j [nel caso in cui è possibile] comporta un costo c_{ij}.

Il problema è decidere come effettuare le nomine dei Docenti nelle Scuole, soddisfacendo le richieste delle Scuole, in modo da minimizzare il costo complessivo per tali nomine.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della “localizzazione degli impianti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare intera.

4. Risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema della “pianificazione dei progetti”:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 7, 1, 4, 3, 4;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_5$.

IV appello – Ricerca operativa 11 Settembre 2015

1. Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.

Una Ditta che si occupa della gestione dei rifiuti ha raccolto rifiuti in maniera differenziata.

In dettaglio:

:: i rifiuti sono catalogati in un insieme R di categorie, siano 1, 2, …, $|R|$ [ad esempio, vetro, carta, indifferenziata, ecc.]: in particolare per ogni categoria $i \in \{1, 2, \ldots, |R|\}$ la Ditta ha raccolto r_i unità;

:: i possibili smaltimenti di tali rifiuti sono catalogati in un insieme D di destinazioni, siano 1, 2, …, $|D|$ [ad esempio, riciclaggio, inceneritore, discarica, ecc.]: in particolare la destinazione $j \in \{1, 2, \ldots, |D|\}$ ha una capacità di smaltimento di al più d_j unità (di categoria) di rifiuto;

:: ogni categoria $i \in R$ può essere smaltita soltanto in un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di destinazioni [ad esempio, il vetro non può essere smaltito in una destinazione relativa al riciclo della carta]; in altri termini ad ogni categoria $i \in R$ è associato un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di destinazioni nelle quali soltanto può essere smaltito, ed automaticamente ad ogni destinazione $j \in D$ è associato un sottoinsieme $R_j \subseteq R$ di categorie le quali soltanto possono essere smaltite in tale destinazione;

:: per ogni categoria $i \in R$ e per ogni destinazione $j \in D$, smaltire 1 unità di categoria i nella destinazione j [nel caso in cui è possibile] comporta sia un impatto ambientale a_{ij}, sia un costo c_{ij}.

Il problema è decidere come smaltire tutti i rifiuti raccolti (in R) nelle destinazioni (in D) in accordo con le capacità di smaltimento delle destinazioni, in modo da minimizzare l’impatto ambientale totale per tale smaltimento, con la condizione che il costo totale per tale smaltimento sia non superiore a una costante data C.
[*Nota*: si assuma che le unità dei rifiuti siano divisibili, così che il problema possa essere formulato in termini di programmazione lineare (non intera)].

2. Sviluppare i seguenti punti:

a) definire cosa si intende per problema di “programmazione lineare intera”;
b) descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come problema di “programmazione lineare intera” in cui la funzione obiettivo è da massimizzare;
c) descrivere brevemente il “metodo branch and bound” per la risoluzione di un problema di “programmazione lineare intera”.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema del “cammino di costo minimo”; (ii) costruire una qualsiasi istanza del problema e risolverla con l’algoritmo di Dijkstra.

4. Definire cosa si intende per problema di “ottimizzazione combinatoria” e descrivere brevemente la classe di “euristiche di ricerca locale” per determinare una soluzione ammissibile di un tale problema.

1. Sviluppare i seguenti punti:

a) definire cosa si intende per “problema di programmazione lineare intera”;

b) descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come “problema di programmazione lineare intera” in cui la funzione obiettivo è da minimizzare;

c) descrivere brevemente il “metodo del branch and bound” per la risoluzione di un “problema di programmazione lineare intera”.

2. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

L’Ente che organizza un campionato di calcio deve decidere gli orari delle partite per un certo turno del campionato, in cui si giocano 10 partite, e in cui sono previsti 3 ‘anticipi’ (in tre orari diversi) e 1 ‘posticipo’.

In dettaglio:

:: c’è un insieme $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{10}\}$ di 10 *partite*, e c’è un insieme $T = \{t_1, t_2, \dots, t_5\}$ di 5 *orari*;

:: bisogna assegnare: 1 partita all’orario t_1, 1 partita all’orario t_2, 1 partita all’orario t_3, 6 partite all’orario t_4, 1 partita all’orario t_5;

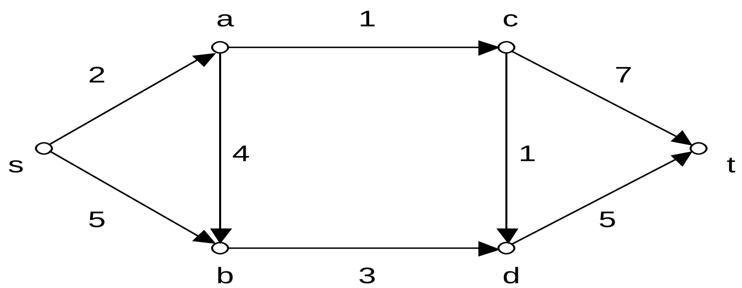
:: ogni partita deve essere assegnata ad un solo orario;

:: assegnare la partita p_i all’orario t_j comporta un profitto stimato pari a q_{ij} , per $i = 1, \dots, 10$, per $j = 1, \dots, 5$ [tale profitto è direttamente legato a pubblicità/sponsor e indirettamente legato all’ ‘audience’].

Il problema è decidere come effettuare tali assegnamenti di partite a orari, soddisfacendo i vincoli di sopra, in modo da massimizzare il profitto complessivo per tali assegnamenti.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il “problema dei trasporti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) con riferimento a tale formulazione, spiegare se la matrice dei vincoli è totalmente unimodulare, e qual è la conseguenza di questo fatto.

4. Determinare mediante l’algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



VII appello – Ricerca operativa 5 Febbraio 2016

1. Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.
Un Fruttivendolo desidera produrre due tipi di preparati mix di verdure, siano M1 e M2, usando tre tipi di verdure, siano A, B, C, che sono a disposizione in quantità rispettivamente di 40, 70, 40 unità. Il profitto che il Fruttivendolo presume di trarre dalla produzione di 1 unità di M1 è 4 Euro, mentre dalla produzione di 1 unità di M2 è 7 Euro. Tali produzioni necessitano di particolari combinazioni dei tre tipi di verdura. Per produrre 1 unità di M1, si ha bisogno di: 3 unità di A, 2 unità di B, 1 unità di C. Per produrre 1 unità di M2, si ha bisogno di: 0 unità di A, 4 unità di B, 3 unità di C. Il problema è organizzare la produzione (cioè stabilire quante unità di M1 e di M2 produrre) in modo di massimizzare il profitto totale.

2. Sia *P* il problema di programmazione lineare dell'Esercizio 1. Sviluppare i seguenti punti:

2a) costruire il problema duale, sia *D*, del problema *P*;

2b) spiegare, secondo l'interpretazione economica del duale, che significato hanno i valori delle variabili del problema *D* all'ottimo.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema del "cammino di costo minimo"; (ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera).

4. Sviluppare i seguenti punti:
(i) descrivere il problema della "localizzazione di impianti";
(ii) considerare la seguente istanza del problema:

matrice c_{ij}

		impianti		
		1	2	3
	1	0	4	3
clienti	2	2	0	3
	3	1	0	2
	4	0	4	2
vettore d_j :		7	5	3

(ii.1) formulare tale istanza in termini di programmazione lineare (intera);
(ii.2) determinare una soluzione "greedy" per tale istanza.

I appello – Ricerca operativa 30.05.2016

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Compagnia di Assicurazioni si vede costretta a chiudere alcune sedi in Italia e così a dover proporre una allocazione/ricollocazione per tutte le persone che lavoravano in tutte le sedi (aperte o chiuse). In dettaglio:

:: c'è un insieme P di persone, sia $P = \{1, 2, \ldots, |P|\}$, con $|P| = 33$;

:: c'è un insieme D di possibili destinazioni, sia $D = \{1, 2, \ldots, |D|\}$, con $|D| = 7$. Le destinazioni 1, …, 5 sono le sedi rimaste aperte in Italia, le destinazioni 6 e 7 sono rispettivamente la cassa integrazione e il pre-pensionamento. In particolare (per diversi motivi): nella destinazione $j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$ bisogna allocare un numero di persone pari almeno a a_j e pari al più a d_j; nelle destinazioni 6 e 7 è possibile allocare un numero di persone rispettivamente pari al più al 20% e al 25% del totale delle persone. Inoltre: se si utilizza la destinazione 6 [cassa integrazione], anche per una sola persona, allora la Compagnia deve sostenere un costo fisso (nell'orizzonte temporale di un anno) stimato pari a K (per motivi di immagine);

:: ogni persona $i \in P$ deve essere allocata in una (sola) destinazione; in particolare ogni persona $i \in P$ può essere allocata soltanto in un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di destinazioni [ad esempio una persona può non essere allocabile in una certa sede oppure in pre-pensionamento]; in altri termini ad ogni persona $i \in P$ è associato un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di destinazioni nelle quali soltanto può essere allocata, ed automaticamente ad ogni destinazione $j \in D$ è associato un sottoinsieme $P_j \subseteq P$ di persone le quali soltanto possono essere allocate in tale destinazione;

:: per ogni persona $i \in P$ e per ogni destinazione $j \in D$, allocare la persona i nella destinazione j [nel caso in cui è possibile] comporta per la Compagnia un costo c_{ij} (nell'orizzonte temporale di un anno).

Il problema è decidere come allocare tutte le persone (in P) nelle destinazioni (in D), in accordo con i vincoli di allocamento delle destinazioni, in modo da minimizzare il costo totale sostenuto dalla Compagnia (nell'orizzonte temporale di un anno).

2. Descrivere cosa si intende per: (i) problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*); (ii) *rilassamento continuo* (o *lineare*) di un problema P di PLI; (iii) *matrice totalmente unimodulare* (*TUM*), specificando qual è l'utilità di conoscere/studiare le matrici TUM nel contesto dello studio della PLI, e poi mostrando un esempio di un problema reale/verosimile formulabile in termini di PLI in cui compare una matrice TUM.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) costruire una istanza di tale problema rappresentata di seguito e formularla in termini di programmazione lineare (intera):

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4;

le rispettive durate sono: 1, 5, 7, 3;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_4$.

II appello – Ricerca operativa 20.06.2016

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Ditta che si occupa di import/export deve decidere quali beni scegliere da acquistare e così da trasportare mediante un suo TIR.

In dettaglio:

:: c'è un insieme P di beni, sia $P = \{1, 2, \ldots, |P|\}$;

:: ogni bene $i \in P$, se scelto, comporta per la Ditta un costo c_i (per l'acquisto); in particolare la Ditta ha a disposizione un budget limitato pari a B;

:: ogni bene $i \in P$, se scelto, occupa uno spazio s_i (per il trasporto) sul TIR; in particolare il TIR ha a disposizione uno spazio limitato pari a S;

:: ogni bene $i \in P$, se scelto, garantisce alla Ditta un profitto p_i;

:: i beni 1, 2, 3, devono essere o tutti scelti o tutti non scelti (per diversi motivi: ad esempio tali beni sono riconducibili a uno stesso fornitore che impone questa condizione).

Il problema è decidere quali beni scegliere da acquistare e così da trasportare mediante il TIR, in accordo con i vincoli di sopra, in modo da massimizzare il profitto totale della Ditta.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare (*PL*); (ii) riportare le principali proprietà della PL (cioè i due teoremi e il corollario, in accordo con il programma del corso); (iii) descrivere brevemente l'algoritmo del Simplesso per la soluzione di un problema di PL.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "cammino di costo minimo"; (ii) costruire una istanza di tale problema – cioè un grafo orientato, in cui sono evidenziati i vertici s e t, e in cui ad ogni arco è associato un costo – che abbia almeno 5 vertici; (iii) per tale istanza, formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iv) per tale istanza, determinare una soluzione ottima del problema mediante l'algoritmo di Dijkstra.

III appello – Ricerca operativa 11.07.2016

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Caseificio produce 3 tipi di formaggio, siano F1, F2, F3, combinando due tipi di latte, siano L1, L2.

In dettaglio:

:: per ottenere 1 u. di F1, servono 2 u. di L1 e 3 u. di L2; per ottenere 1 u. di F2, servono 5 u. di L1 e 0 u. di L2; per ottenere 1 u. di F3, servono 4 u. di L1 e 1 u. di L2;

:: la disponibilità di L1 e di L2 è rispettivamente di 2.000 u. e di 1.500 u.;

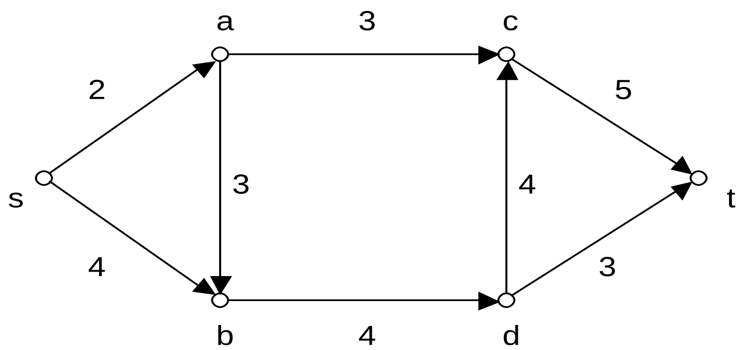
:: il ricavo per la produzione di 1 u. di F1, di F2, di F3 è rispettivamente di 20, 14, 30;

:: il costo per la produzione di 1 u. di F1, di F2, di F3 è rispettivamente di 12, 7, 10; in particolare, produrre almeno 1 u. di F3 comporta un costo fisso C [per l'acquisto di uno speciale macchinario].

Il problema è determinare quante unità di F1, di F2, di F3 rispettivamente produrre, con le risorse a disposizione, in modo da massimizzare il totale dei guadagni [uguale alla differenza fra il totale dei ricavi e il totale dei costi].

2. Spiegare qual è la differenza fra un problema di Programmazione Lineare (*PL*) e un problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*). Inoltre descrivere due situazioni reali/verosimili che possono essere modellate rispettivamente come problemi di PL e di PLI in cui la funzione obiettivo è da minimizzare [esplicitando tali modelli].

3. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



IV appello – Ricerca operativa 08.09.2016

1. Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.
Una persona vuole fare una piccola dieta di una settimana avendo a disposizione un budget di 25 Euro.
Per semplicità assumiamo che a tal fine la persona possa acquistare solo tre tipi di alimento, cioè Frutta (F), Latte (L), Uova (U), e che ci siano solo tre parametri di riferimento, cioè Grassi (G), Proteine (P), Vitamine (V).
In dettaglio:
:: da 1 u. di F, la persona trae 0 u. di G, 0 u. di P, 7 u. di V;
:: da 1 u. di L, la persona trae 1 u. di G, 1 u. di P, 2 u. di V;
:: da 1 u. di U, la persona trae 3 u. di G, 4 u. di P, 1 u. di V.
Inoltre:
:: il costo di 1 u. di F, di L, di U è rispettivamente 3 , 1 , 0,3;
:: la persona necessita di trarre dalla sua alimentazione almeno 12 u. di P e almeno 30 u. di V.
Il problema è decidere la quantità (in termini di u.) da acquistare per ciascun alimento, soddisfacendo il vincolo di budget e la necessità sopra espressa, al fine di minimizzare la quantità di (in termini di u.) di G che la persona trae dalla sua alimentazione.

2. Descrivere brevemente il *problema dei trasporti* e formularlo in termini di programmazione lineare (intera). Inoltre considerare la variante del problema in cui ci sono dei "costi fissi", cioè in cui effettuare un qualsiasi trasporto (non nullo) da una sorgente i a una destinazione j comporti un costo fisso K_{ij} aggiuntivo (ad esempio per un pedaggio), e formulare tale variante del problema in termini di programmazione lineare (intera).

3. Descrivere brevemente il *problema di localizzazione di impianti* e formularlo in termini di programmazione lineare (intera). Inoltre determinare una soluzione "greedy" per l'istanza del problema riportata di seguito:

matrice c_{ij}

		impianti			
		1	2	3	4
	1	2	0	4	5
clienti	2	3	5	0	3
	3	0	1	4	2
	4	1	0	2	7
vettore d_j :		3	7	7	2

V appello – Ricerca operativa 16.01.2017

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:
Un'Agenzia di Collocamento riceve per via telematica sia domande di lavoro [da alcune persone] sia offerte di lavoro [da alcune ditte]. In dettaglio:
:: c'è un insieme P di persone, sia $P = \{1, 2, \ldots, |P|\}$, che domanda lavoro;

:: c'è un insieme D di ditte, sia $D = \{1, 2, \ldots, |D|\}$, che offre lavoro [ipotizziamo senza perdita di generalità che ogni ditta offra un (solo) lavoro];

:: esistono i seguenti vincoli: ogni persona $i \in P$ può essere allocata in una (sola) ditta, e in ogni ditta $j \in D$ può essere allocata una (sola) persona; in particolare ogni persona $i \in P$ può essere allocata soltanto in un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di ditte [in base al suo curriculum]; in altri termini ad ogni persona $i \in P$ è associato un sottoinsieme $D_i \subseteq D$ di ditte nelle quali soltanto può essere allocata, ed automaticamente ad ogni ditta $j \in D$ è associato un sottoinsieme $P_j \subseteq P$ di persone le quali soltanto possono essere allocate in tale ditta.

Il problema è allocare più persone (in P) possibili nelle ditte (in D) in accordo con i vincoli di sopra [cioè determinare il maggior numero possibile di coppie (persona, ditta) in accordo con i vincoli di sopra].

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*); (ii) descrivere una situazione reale/verosimile che può essere modellata come problema di PLI in cui la funzione obiettivo è da minimizzare [esplicitando tale modello]; (iii) descrivere brevemente il metodo del Branch and Bound per la soluzione di un problema di PLI.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 4, 7, 9, 4, 3;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.

VI appello – Ricerca operativa 03.02.2017

1. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare;

(ii) descrivere cosa si intende per "problema duale" di un problema P di Programmazione Lineare (ad esempio partendo da un problema P in forma canonica);

(iii) enunciare il Teorema della dualità forte;

(iv) fare *brevemente* un esempio sulla "interpretazione economica della dualità".

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema del "cammino di costo minimo"; (ii) costruire una istanza qualsiasi del problema; (iii) per tale istanza formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera).

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Un bene deve essere prodotto su un orizzonte temporale composto da 4 periodi. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità prodotta all'inizio del periodo t e la giacenza alla fine del periodo t. In particolare, all'inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in magazzino, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 4. La funzione costo di produzione è: $C_t = c_t x_t$. La funzione costo di stoccaggio è: $H_t = h_t x_t$. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, sia d_t la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) nel periodo t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Domanda	c	h
1	30	50	2
2	20	70	3
3	30	50	4
4	10	40	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni t) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

I appello – Ricerca operativa 05.06.2017

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) i due seguenti problemi:

a) La Regione vuole acquistare nuovi macchinari ospedalieri con un budget pari a b. L'insieme dei macchinari candidati è $M = \{1, 2, \ldots, m\}$. Per ogni macchinario $i \in M$ sono noti sia un costo c_i (costo del macchinario) sia una utilità s_i (numero di pazienti che utilizzeranno quel macchinario). Il problema è scegliere quali macchinari acquistare, con il vincolo di budget, con l'obiettivo di massimizzare l'utilità totale.

b) La Regione vuole far sì ci siano dei Centri per la dialisi in modo che per ogni Comune esista almeno un Centro nel raggio di 20 Km. A tal fine la Regione considera solo i Comuni non ancora 'coperti' [cioè che sono distanti più di 20 Km.] dai Centri che già esistono (nelle città principali). In dettaglio:

:: sia $Q = \{1, 2, \dots, q\}$ l'insieme dei Comuni non ancora 'coperti';

:: per ogni Comune $i \in Q$, sia S_i l'insieme dei Comuni in Q che sono nel raggio di 20 Km. dal Comune i [cioè S_i è l'insieme dei Comuni che sarebbero 'coperti' se un Centro fosse aperto nel Comune i].

Il problema è scegliere in quali Comuni (in Q) aprire un Centro, con il vincolo che tutti i Comuni (in Q) siano 'coperti' dai Centri aperti, con l'obiettivo di minimizzare il numero dei Centri aperti.

2. Mediante il metodo PERT risolvere la seguente istanza del problema di "pianificazione dei progetti".

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 2, 4, 7, 2, 3;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Un bene deve essere prodotto su un orizzonte temporale composto da 3 periodi. Per ogni periodo $t = 1, \dots, 3$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità prodotta all'inizio del periodo t e la giacenza alla fine del periodo t. In particolare, all'inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in magazzino, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 3. La funzione costo di produzione è: $C_t = A_t\, w(x_t) + c_t x_t$, dove: $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti. La funzione costo di stoccaggio è: $H_t = h_t x_t$. Per ogni periodo $t = 1, \dots, 3$, sia d_t la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) nel periodo t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Domanda	A	c	h
1	40	20	3	0
2	50	10	3	1
3	70	10	2	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni t) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

II appello – Ricerca operativa 26.06.2017

1. Sviluppare i seguenti punti:

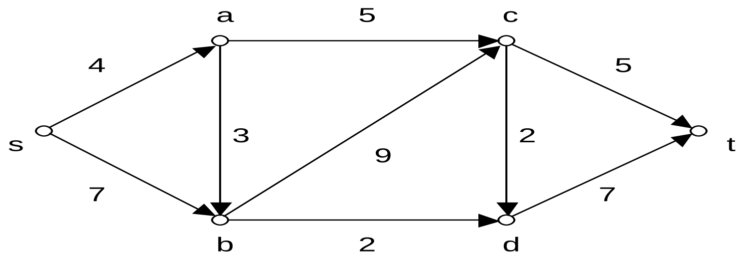
a) definire cosa si intende per problema di "programmazione lineare";

b) descrivere una situazione reale, fra quelle studiate oppure inventata, che può essere modellata come un problema di "programmazione lineare" [esplicitando tale modello] con funzione obiettivo da massimizzare;

c) definire cosa si intende per problema di "programmazione lineare intera";

d) descrivere una situazione reale, fra quelle studiate oppure inventata, che può essere modellata come un problema di “programmazione lineare intera” [esplicitando tale modello] con funzione obiettivo da minimizzare.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della “cammino di costo minimo”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) determinare mediante l’algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



3. Sviluppare i seguenti punti:
(i) descrivere il problema della “localizzazione di impianti”;
(ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera);
(iii) determinare una soluzione “greedy” per la seguente istanza del problema:

matrice c_{ij}

		impianti			
		1	2	3	4
	1	2	3	0	0
	2	0	1	4	1
	3	2	0	5	8
clienti	4	4	1	0	4
	5	0	3	2	4
vettore d_j :		4	5	3	2

III appello – Ricerca operativa 17.07.2017

1. Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.
Una Compagnia deve decidere come impiegare le sue navi da crociera su possibili rotte marittime per la prossima stagione estiva. Sono presenti un insieme *N* di Navi e un insieme *R* di Rotte. In particolare:
:: ogni Nave in *N* può essere abbinata ad al più una Rotta in *R*;

:: ogni Rotta $j \in R$ richiede che vengano abbinate ad essa un certo numero di Navi in N che sia compreso fra un minimo di a_j e un massimo di b_j;
:: ogni Nave $i \in N$ può essere abbinata soltanto in un sottoinsieme $R_i \subseteq R$ di Rotte per motivi di natura tecnica; in altri termini ad ogni Nave $i \in N$ è associato a un sottoinsieme $R_i \subseteq R$ di Rotte nelle quali soltanto può essere abbinata, ed automaticamente a ogni Rotta $j \in R$ è associato un sottoinsieme $N_j \subseteq N$ di Navi le quali soltanto possono essere abbinate a tale Rotta*;*
:: per ogni Nave $i \in N$ e per ogni Rotta $j \in R$, abbinare la Nave i alla Rotta j [nel caso in cui è possibile] comporta un profitto stimato pari a p_{ij}.
Il problema è decidere come effettuare gli abbinamenti della Navi alle Rotte, soddisfacendo le richieste delle Rotte, in modo da massimizzare il profitto complessivo per tali abbinamenti.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare (*PL*); (ii) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*); (iii) spiegare cosa si intende per *matrici totalmente unimodulari* (TUM) e qual è l'utilità dello studio di tali matrici nel contesto della PLI.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema della "pianificazione dei progetti":
le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;
le rispettive durate sono: 3, 2, 7, 4, 5;
le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_5$.

IV appello – Ricerca operativa 4.09.2017

29.09.2017

1. Spiegare cosa si intende per:
a) problema di Programmazione Lineare (PL);
b) problema *duale* di un problema di PL;
c) *interpretazione economica della dualità*.

2. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un Professionista deve attivare dei Servizi per il suo ufficio. I Servizi da attivare sono:

(1) fibra per navigare in internet;

(2) carta SIM speciale (cioè con prestazioni speciali);

(3) carta SIM normale (cioè con prestazioni normali);

(4) traffico telefonico illimitato per chiamate nazionali;

(5) traffico telefonico illimitato per chiamate internazionali.

A tal fine riesce a individuare dei Pacchetti (da acquistare presso i gestori di telefonia) ognuno dei quali attiva solo alcuni Servizi. I pacchetti individuati sono:

Pacchetto 1: attiva i Servizi (1), (2), (3), (4)

Pacchetto 2: attiva i Servizi (1), (3), (4), (5)

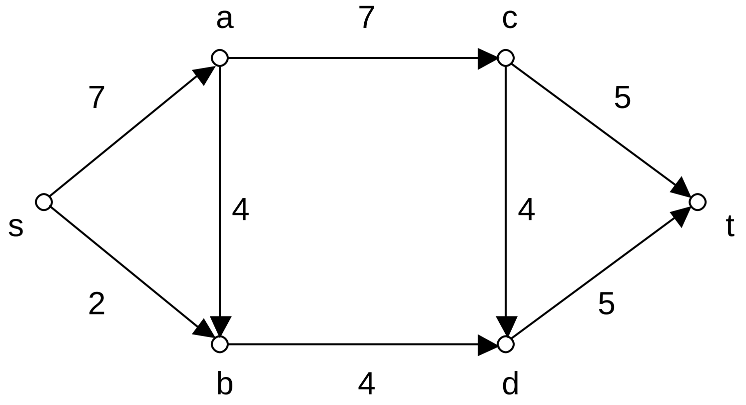
Pacchetto 3: attiva i Servizi (4), (5)

Pacchetto 4: attiva i Servizi (1), (2), (4), (5)

In particolare ogni Pacchetto i (per = 1, …, 4) ha un costo mensile pari a C_i.

Il problema è determinare quali Pacchetti acquistare, con il vincolo di attivare tutti i Servizi, al fine di minimizzare il totale dei costi mensili.

3. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



Esercitazione – Ricerca operativa 30 Novembre 2017

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Un'Agenzia Turistica che gestisce l'affitto di baite riceve (riguardo il prossimo Capodanno) alcune *richieste*, siano 1, 2, 3, 4, 5, per certe *località*, siano A, B, C, avendo a disposizione un certo numero di baite per ognuna di tali località. In dettaglio:

:: le richieste sono: Richiesta 1: una baita, con preferenza di località A o B; Richiesta 2: una baita, con preferenza di località B; Richiesta 3: una baita, con preferenza di località A o B; Richiesta 4: una baita, con preferenza di località B o C; Richiesta 5: una baita, con preferenza di località A o C.

:: per le località A, B, C, l'Agenzia ha a disposizione un numero di baite pari rispettivamente a 2, 3, 2;

:: affittare una baita in per le località A, B, C, comporta per l'Agenzia un guadagno rispettivamente pari a 120, 200, 150;

:: ogni richiesta può essere abbinata a una sola baita, e ogni baita può essere abbinata ad una sola richiesta;

Il problema è gestire tali richieste [cioè abbinare ogni richiesta a una baita] in base alle preferenze, in accordo con i vincoli di sopra, al fine di massimizzare il guadagno dell'Agenzia.

2. Sviluppare i seguenti punti:

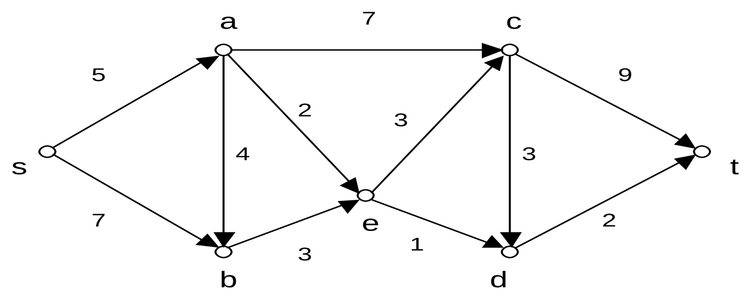
(i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*);

(ii) descrivere cosa si intende per *rilassamento continuo* di un problema di PLI;

(iii) descrivere una istanza generica del *problema dei trasporti*, in cui il bene da trasportare è dato da cisterne (cioè l'unità del bene è indivisibile), e formularla in termini di PLI;

(iv) sia P il problema di PLI ottenuto nel punto (iii): per risolvere P, è sufficiente considerare il rilassamento continuo di P (cioè, è possibile eliminare i vincoli di interezza in P) ? [motivare la risposta]

3. Determinare mediante l'algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



A

Esercitazione – Ricerca operativa 30 Novembre 2017

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Un'Agenzia Turistica che gestisce l'affitto di baite riceve (riguardo il prossimo Capodanno) alcune *richieste*, siano 1, 2, 3, 4, 5, per certe *località*, siano A, B, C, avendo a disposizione un certo numero di baite per ognuna di tali località. In dettaglio:

:: le richieste sono: Richiesta 1: una baita, con preferenza di località A o B; Richiesta 2: una baita, con preferenza di località B; Richiesta 3: una baita, con preferenza di località A o B; Richiesta 4: una baita, con preferenza di località B o C; Richiesta 5: una baita, con preferenza di località A o C.

:: per le località A, B, C, l'Agenzia ha a disposizione un numero di baite pari rispettivamente a 2, 3, 2;

:: affittare una baita in per le località A, B, C, comporta per l'Agenzia un guadagno rispettivamente pari a 12, 20, 15;

:: ogni richiesta può essere abbinata a una sola baita, e ogni baita può essere abbinata ad una sola richiesta;

Il problema è gestire tali richieste [cioè abbinare ogni richiesta a una baita] in base alle preferenze, in accordo con i vincoli di sopra, al fine di massimizzare il guadagno dell'Agenzia.

2. Sviluppare i seguenti punti:

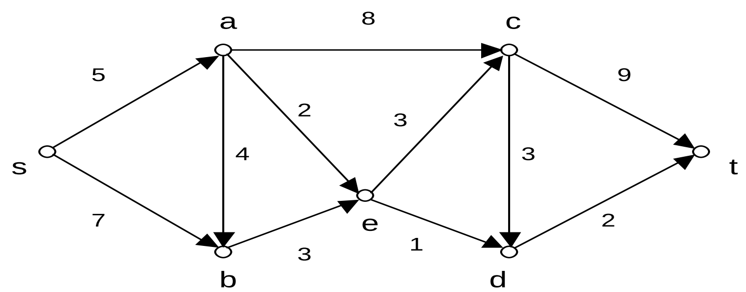
(i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*);

(ii) descrivere cosa si intende per *rilassamento continuo* di un problema di PLI;

(iii) descrivere una istanza generica del *problema dei trasporti*, in cui il bene da trasportare è dato da cisterne (cioè l'unità del bene è indivisibile), e formularla in termini di PLI;

(iv) sia *P* il problema di PLI ottenuto nel punto (iii): per risolvere *P*, è sufficiente considerare il rilassamento continuo di *P* (cioè, è possibile eliminare i vincoli di interezza in *P*) ? [motivare la risposta]

3. Determinare mediante l'algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



B

I appello – Ricerca operativa 08.01.2018

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.
Due Soci che si stanno per separare vorrebbero dividersi tutti i beni [solidi] della loro Società, possibilmente in modo più equo possibile, così da impiegare i contanti il meno possibile in questa divisione.
Sia $B = \{1, ..., n\}$ l'insieme di tali beni. Allora i Soci fanno stimare tutti tali beni, così che ad ogni bene $i \in B$ è associato un valore v_i , cioè il valore del bene i.
Il problema è determinare una bi-partizione dell'insieme B in due sottoinsiemi siano B_1 e B_2 , con $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ e $B_1 \cup B_2 = B$, dove B_1 e B_2 sono i sottoinsiemi di B che spetteranno ai due Soci rispettivamente, in modo più equo possibile, cioè in modo da minimizzare la differenza [in valore assoluto] fra la somma dei valori dei beni in B_1 e la somma dei valori dei beni in B_2.

2. Sviluppare i seguenti punti:
2a) definire cosa si intende per problema di Programmazione Lineare (PL);
2b) descrivere una situazione reale/verosimile che può essere modellata in termini di problema di PL, e poi descrivere tale modello.
2c) dato un problema di PL (ad esempio in forma canonica), sia P, definire cosa si intende per *problema duale* di P, sia D;
2d) con riferimento al punto (2c), spiegare che relazione c'è fra il valore della soluzione ottima del problema P e il valore della soluzione ottima del problema D nel caso in cui tali soluzioni ottime esistano, cioè spiegare se tali valori sono fra loro uno maggiore dell'altro oppure sono uguali [motivando la risposta con risultati teorici].

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema del "cammino di costo minimo"; (ii) costruire una istanza qualsiasi del problema, in modo che il grafo corrispondente abbia almeno cinque nodi e sette archi; (iii) per tale istanza, risolvere il problema [all'ottimo] mediante l'algoritmo di Dijkstra.

II appello – Ricerca operativa 12.01.2018

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Ditta che produce sigarette (per comodità diciamo di un solo tipo) ha due Manifatture dalle quali rifornisce tutti i Centri di smistamento. In dettaglio:

:: l'insieme delle Manifatture è $M = \{1, 2\}$, l'insieme dei Centri è $D = \{1, 2, ..., m\}$;

:: ogni Manifattura i, per $i \in \{1, 2\}$, ha in giacenza d_i Kg. di sigarette;

:: ogni Centro j , per $j \in \{1, \ldots, m\}$, richiede [in questo mese] r_j Kg. di sigarette;

:: il costo per il trasporto di 1 Kg. dalla Manifattura i (per $i \in \{1, 2\}$) al Centro j (per $j \in \{1, \ldots, m\}$) è stimato pari a c_{ij} ; inoltre il trasporto [di una qualsiasi quantità non nulla di sigarette] dalla Manifattura 1 al Centro j (per $j \in \{1, \ldots, m\}$) comporta un costo fisso pari a K (per diversi motivi, ad esempio la Manifattura 1 sta all'estero e ci sono dei dazi).

Il problema è pianificare i trasporti dalle Manifatture ai Centri, in accordo con le disponibilità e le richieste, in modo da minimizzare il costo totale.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare; (iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 7, 8, 5, 4, 3;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Un bene deve essere prodotto su un orizzonte temporale composto da 4 periodi. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità prodotta all'inizio del periodo t e la giacenza alla fine del periodo t. In particolare, all'inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in magazzino, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 4. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$: la funzione costo di produzione è: $C_t = c_t x_t$; la funzione costo di stoccaggio è: $H_t = h_t x_t$. Per ogni periodo $t = 1,\ldots,4$, sia d_t la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) nel periodo t.

In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Domanda	c	h
1	80	7	1
2	70	5	2
3	40	4	3
4	40	3	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni t) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

III appello – Ricerca operativa 05.02.2018

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

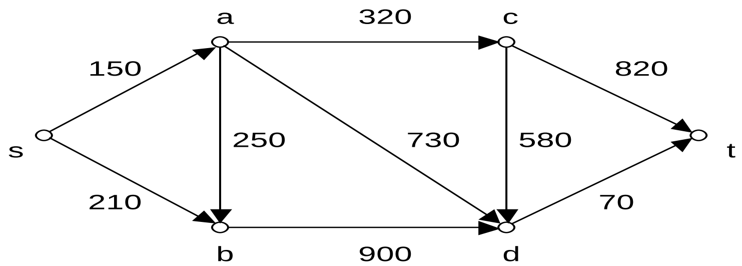
Una persona vuole andare per via aerea da Pescara (aeroporto) a Brasilia (aeroporto). Dato che non c'è un volo diretto, la persona per il suo scopo studia alcune rotte aeree, che prevedono scali intermedi. Per semplicità assumiamo che tali rotte siano rappresentate tramite il grafo sottostante dove:

s = Pescara; *a* = Milano; *b* = Barcellona; *c* = Lisbona; *d* = San Paolo; *t* = Brasilia,

gli archi (orientati) fra coppie di nodi rappresentano l'esistenza di un volo fra i due nodi,

i numeri associati agli archi rappresentano rispettivamente i costi dei voli corrispondenti.

Il problema è determinare una rotta di costo minimo fra Pescara e Brasilia (dove il costo di una rotta è dato dalla somma dei costi dei voli che la compongono) cioè determinare un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel grafo sottostante.



2. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*);

(ii) descrive brevemente il metodo del *branch and bound* per risolvere un problema di PLI;

(iii) sia *Z* un problema di PLI in cui la funzione obiettivo è da minimizzare e sia *z* il valore della soluzione ottima di *Z*; sia *Z'* il problema di PL ottenuto da *Z* eliminando i vincoli di interezza e sia *z'* il valore della soluzione ottima di *Z'*; che relazione c'è fra *z* e *z'* ? [cioè quale fra $z \leq z'$ e $z \geq z'$ è vera; motivare la risposta].

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti"; (ii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema della "pianificazione dei progetti":

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 4, 1, 3, 9, 3;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_4$, $A_1 < A_5$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_5$.

IV appello – Ricerca operativa 25.05.2018

15.06.2018

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

L'Unione Europea (UE) ha a disposizione dei budget per diversi settori da assegnare (per tali settori) ai paesi della UE. In dettaglio:

:: esiste un insieme $S = \{1, 2, \ldots, |S|\}$ di *settori* [ad esempio, agricoltura, turismo, ecc.]: per ogni settore $i \in \{1, 2, \ldots, |S|\}$ la UE ha a disposizione un budget di s_i Euro;

:: esiste un insieme $P = \{1, 2, \ldots, |P|\}$ di *paesi* della UE [ad esempio, Albania, Austria, ecc.]: la UE ha deciso tramite certi indicatori che, per ogni paese $j \in \{1, 2, \ldots, |P|\}$, la somma degli Euro assegnati in totale [cioè per tutti i settori] al paese j deve essere compresa fra certi valori m_j (minimo) e M_j (massino);

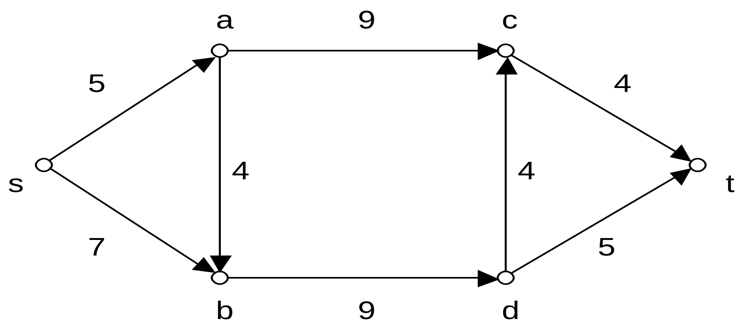
:: per ogni coppia $(i, j) \in S \times P$ [cioè per ogni coppia settore/paese] è stato calcolato un coefficiente di utilità u_{ij} che stima l'utilità di assegnare 1 Euro per il settore i al paese j;

:: per ogni coppia $(i, j) \in S \times P$ [cioè per ogni coppia settore/paese], la UE, nel caso assegnasse degli Euro per il settore i al paese j, allora ne deve assegnare almeno L_{ij} (cioè, se la UE assegna Euro $x_{ij} > 0$ per il settore i al paese j, allora $x_{ij} \geq L_{ij}$) per motivi di spese fisse minime.

Il problema è decidere le quantità di Euro da assegnare per il settore j al paese i, per ogni coppia $(i, j) \in S \times P$, con i vincoli sopra indicati, in modo da massimizzare il totale delle utilità.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare (*PL*); (ii) descrivere brevemente una situazione verosimile (anche fra quelle studiate) che può essere modellata come un problema di PL con la funzione obiettivo da massimizzare; (iii) descrivere brevemente l'algoritmo del Simplesso per la soluzione di un problema di PL.

3. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



Esercitazione - Ricerca operativa 21.12.2018

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Casa di cura deve assumere per tutto il periodo natalizio alcune persone [per coprire alcune assenze del personale dovute alle ferie], da scegliere fra un insieme C di candidati, per svolgere un insieme A di attività di tipo part-time. Tramite colloqui la Casa stabilisce che ogni candidato è abile per ogni attività.
Inoltre:
:: a ogni attività deve essere assegnato un candidato [assunto];
:: ogni candidato $i \in C$, in caso di assunzione, sarà assegnato a 1 oppure a 2 attività in A;
:: per ogni candidato $i \in C$, in caso di assunzione, la Casa dovrà sostenere un costo fisso K_i per il contratto; in particolare, il costo fisso per tale contratto di assunzione sarà unico, indipendentemente dal fatto che il candidato sia assegnato a 1 oppure a 2 attività in A;
:: per ogni candidato $i \in C$ e per ogni attività $j \in A$, se il candidato i [assunto] è assegnato all'attività j, allora la Casa dovrà sostenere un costo c_{ij} per lo stipendio e per i contributi (tali costi possono dipendere dal candidato per diversi motivi legati al candidato, ad esempio, questioni burocratiche per la nazionalità, richiesta di vitto e alloggio, grado di specializzazione, ecc.).
Il problema è scegliere quali candidati in C assumere [e in particolare quali attività assegnare a ognuno dei candidati assunti], con i vincoli di sopra, in modo da minimizzare il costo totale per le assunzioni, per gli stipendi e per i contributi.

2. Descrivere *due* situazioni reali/verosimili (anche fra quelle studiate) che possono essere modellate come un problema di "riempimento"; poi formulare tali situazioni in termini di programmazione lineare intera.

3. Sviluppare i seguenti punti:
(i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti";
(ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare;
(iii) definire una qualsiasi istanza del problema, con 5 attività, ognuna con durata non nulla, e con 5 relazioni di precedenza; poi risolvere tale istanza mediante il metodo PERT.

I appello – Ricerca operativa 07.06.2019

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un Albergo in una località turistica deve decidere come gestire gli acquisti e le scorte della legna per la stagione invernale, che per schematizzare è composta di quattro periodi, siano 1, 2, 3, 4, i quali indicano, con approssimazione, Dicembre, Gennaio, Febbraio, Marzo. In dettaglio:

:: per ogni periodo $t = 1,\dots,4$: siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità di legna acquistata all'inizio del periodo t e la giacenza alla fine del periodo t. In particolare, all'inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in Albergo, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 4;

:: per ogni periodo $t = 1,\dots,4$: la funzione costo di acquisto è: $C_t = c_t x_t$; la funzione costo di stoccaggio è: $H_t = h_t x_t$; tali costi variano da periodo a periodo, sia per motivi legati al peso della legna (che varia con l'umidità), sia per motivi legati alla difficoltà dello stoccaggio (che è maggiore nei periodi più affollati);

:: per ogni periodo $t = 1,\dots,4$: sia d_t la stima della quantità di legna necessaria nel periodo t, cioè d_t è la "domanda" di legna nel periodo t.

In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra:

Periodo	Domanda	c_t	h_t
1	100	7	3
2	80	5	2
3	70	5	1
4	40	4	

Problema: determinare le variabili x_t [e quindi le variabili s_t] per ogni periodo $t = 1,\dots,4$, in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate.

2. Risolvere il problema dell'Esercizio 1 [che è un problema di "programmazione della produzione"] mediante l'Algoritmo di Wagner-Whitin.

3. Descrivere una situazione reale/verosimile (anche fra quelle studiate) che può essere modellate come un problema di "matching"; poi formulare tale situazione in termini di programmazione lineare intera.

II appello – Ricerca operativa 13.09.2019

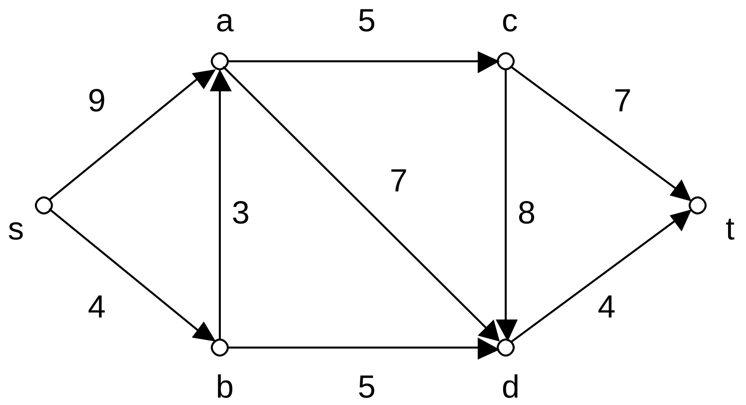
1. Sviluppare i seguenti punti:

a) definire cosa si intende per problema di Programmazione Lineare Intera (PLI);

b) descrivere una situazione reale/verosimile che può essere modellata in termini di problema di PLI, con funzione obiettiva da massimizzare, e poi descrivere tale modello.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema della "localizzazione di impianti"; (ii) formulare tale problema in termini di Programmazione Lineare Intera; (iii) descrivere brevemente come funziona l'algoritmo greedy per determinare una soluzione ammissibile di tale problema.

3. Determinare mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



Esercitazione – Ricerca operativa 10.01.2020

1. Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema sia *P* [cfr. L. De Giovanni e L. Brentegani https://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/m01.modPL.01.modelli.pdf)].

Un Coltivatore ha a disposizione:

:: 7 ettari di terreno dove coltivare due prodotti, siano A e B;

:: 20 kg di semi di A; 10 Kg di semi di B;

:: 140 metri cubi (mc) di fertilizzante.

Si stima che *per un ettaro* (in un anno):

:: coltivare A: richieda 2 Kg. di semi di A e 20 mc di fertilizzante, con profitto di 2000 Euro;

:: coltivare B: richieda 3 Kg. di semi di A e 15 mc di fertilizzante, con profitto di 2500 Euro.

Il problema è stabilire quanto terreno destinare (in un anno) alla coltivazione di A e di B rispettivamente, in modo da massimizzare il profitto totale, tenendo conto dei dati di sopra.

2. Sviluppare i seguenti punti:

(i) formulare il problema duale, sia *D*, del problema *P*;

(ii) spiegare che relazione c'è fra il valore della soluzione ottima del problema *P* [che è un numero finito] e il valore della soluzione ottima del problema *D*;

(iii) supponiamo che il Coltivatore abbia già risolto all'ottimo il problema *P* e che nel frattempo abbia ricevuto una proposta di dare in affitto (per un anno) una certa quantità di terreno: che informazione può avere il Coltivatore dalla soluzione ottima del problema *D* al fine di stabilire un prezzo di affitto conveniente [rispetto al destinare tale certa quantità di terreno alla coltivazione in accordo con la soluzione ottima di *P*] ?

3. Descrivere brevemente un problema di ottimizzazione (in termini informali), tale che esso ammetta una formulazione in termini di programmazione lineare intera in cui è usata la tecnica della "grande M", e introdurre poi tale formulazione.

4. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere il problema della "pianificazione dei progetti";

(ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare;

(iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza di tale problema:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5;

le rispettive durate sono: 7, 4, 8, 2, 5;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_4 < A_5$.

I appello – Ricerca operativa 31.01.2020

05.06.2020

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Multinazionale sta pianificando i trasporti di [un certo] bene da alcune Sedi ad alcuni Outlet.

In dettaglio:

:: c'è un insieme N di Sedi; ogni Sede $i \in N$, ha a disposizione d_i unità di bene; inoltre se la Sede i è una Sede attiva, cioè una Sede da cui viene trasportata una qualsiasi quantità di bene (maggiore di zero), allora la Multinazionale dovrà pagare un costo fisso pari a C_i;

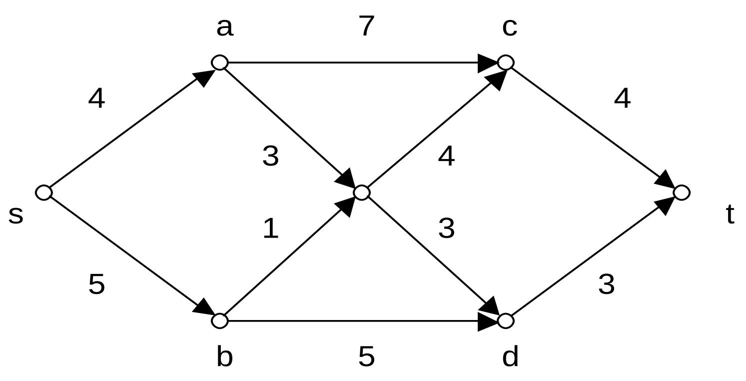
:: c'è un insieme M di Outlet; ogni Outlet $j \in M$ richiede r_j unità di bene;

:: per trasportare 1 unità di bene dalla Sede $i \in N$ all' Outlet $j \in M$ la Multinazionale dovrà pagare un costo pari a c_{ij} (per $i \in N$ e $j \in M$).

Il problema è pianificare i trasporti, con i vincoli di sopra, con l'obiettivo di minimizzare il totale dei costi.

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) definire cosa si intende per "problema di Programmazione Lineare (PL)"; (ii) prima descrivere una situazione verosimile (anche fra quelle studiate) che può essere formulata in termini di PL, e poi descrivere tale formulazione; (iii) descrivere brevemente i principali risultati (nel programma essi sono: due teoremi e un corollario) relativi alla geometria della PL; (iv) descrivere brevemente come funziona il "metodo del simplesso" per la soluzione di un problema di PL.

3. Sviluppare i seguenti punti: (i) descrivere il problema del "cammino di costo minimo"; (ii) formulare tale problema in termini di Programmazione Lineare Intera; (iii) determinare mediante l'algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



II appello – Ricerca operativa 9.10.2020

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Regione decide di assegnare Ambulanze di nuova generazione ai Pronto Soccorso presenti sul territorio. In dettaglio:

:: sia $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$ l'insieme dei Pronto Soccorso presenti sul territorio [in particolare essi definiscono una partizione del territorio in distretti sia $\{D_1, D_2, \ldots, D_n\}$, nel senso che per $i = 1, \ldots, n$, il distretto D_i fa riferimento in base alla distanza al Pronto Soccorso P_i];

:: per $i = 1, \ldots, n$, sia $Vicini(P_i) \subseteq P$ il sottoinsieme dei Pronto Soccorso in P che distano non più di 20 minuti [tramite Ambulanza] da P_i ; in particolare $P_i \in Vicini(P_i)$;

:: per $i = 1, \ldots, n$, sia a_i il numero minimo di Ambulanze di cui necessita P_i [ad esempio, a_i dipenderà dalla popolosità del distretto di riferimento di P_i , e sarà uguale a 0 se tale densità non supera una certa soglia].

Il problema della Regione è stabilire il numero di Ambulanze da assegnare a ogni Pronto Soccorso, in modo che per $i = 1, \ldots, n$, siano assegnate almeno a_i Ambulanze a P_i , e che per $i = 1, \ldots, n$, sia assegnata almeno una Ambulanza a un Pronto Soccorso in $Vicini(P_i)$ [cioè per $i = 1, \ldots, n$, sia assegnata almeno una Ambulanza a un Pronto Soccorso in P che dista non più di 20 minuti da P_i], con l'obiettivo di assegnare in totale il numero minore possibile di Ambulanze.

2. Descrivere brevemente il "problema dei trasporti"; formularlo in termini di programmazione lineare (intera); descrivere brevemente la variante in cui i costi di trasporto possono avere una componente di costo fisso (cioè che si attiva non appena un certo trasporto è attivato e che non dipende dalla quantità trasportata) facendo un esempio del significato che tale componente può avere in una situazione reale.

3. Risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema di "pianificazione dei progetti":

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5,

le rispettive durate sono: 5, 10, 3, 2, 1;

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.

I appello – Ricerca operativa 29.01.2021

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Ditta Farmaceutica deve produrre nella giornata di domani tre tipi di farmaco, siano F_1, F_2, F_3, i quali vengono prodotti combinando il lavoro di due macchine, siano M_1, M_2. In dettaglio:

per produrre 1 unità di F_1, servono 1 secondo di lavoro di M_1 e 2 secondi di lavoro di M_2;

per produrre 1 unità di F_2, servono 2 secondi di lavoro di M_1 e 0 secondi di lavoro di M_2;

per produrre 1 unità di F_3, servono 3 secondo di lavoro di M_1 e 4 secondi di lavoro di M_2;

si intende che ogni macchina non può lavorare in contemporanea per la produzione di farmaci diversi;

inoltre, M_1 può lavorare al più 20 ore al giorno, M_2 può lavorare al più 16 ore al giorno;

inoltre produrre 1 unità di F_1, di F_2, di F_3, garantisce un ricavo di 1 Euro, 2 Euro, 3 Euro rispettivamente;

infine la Ditta Farmaceutica deve produrre nella giornata di domani almeno 10000 unità di F_1.

Il problema della Ditta Farmaceutica è stabilire quante unità di F_1, di F_2, di F_3, rispettivamente produrre nella giornata di domani, con i vincoli sopra descritti e con l'obiettivo di massimizzare il ricavo totale.

2. Descrivere brevemente cosa si intende per problema di "programmazione lineare" e per problema di "programmazione lineare intera"; descrivere brevemente i rispettivi due algoritmi di soluzione (per risolvere tali problemi) con riferimento al programma del corso.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Un Centro Commerciale deve acquistare un bene da una Ditta su un orizzonte temporale composto da 3 mesi (in particolare, l'acquisto può avvenire una sola volta al mese, all'inizio del mese).

Per ogni mese $t = 1, \ldots, 3$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità acquistata all'inizio del mese t e la giacenza alla fine del mese t; in particolare, all'inizio del mese 1 non ci sono giacenze (nel magazzino del Centro Commerciale), e non si vuole che ce ne siano alla fine del mese 3.

Per ogni mese $t = 1, \ldots, 3$: la funzione costo di produzione è $C_t = A_t\, w(x_t) + c_t x_t$ [dove $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti]; la funzione costo di stoccaggio è $H_t = h_t x_t$; la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) è d_t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Domanda	*A*	*c*	*h*
1	70	10	4	1
2	50	10	4	1
3	40	10	4	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni mese t = 1, 2, 3) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

II appello – Ricerca operativa 26.02.2021

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) i seguenti due problemi.

Un Paese mediorientale deve vaccinare per un virus un insieme $\{1, \ldots, m\}$ di persone. Esso può utilizzare n tipologie di vaccino, siano $V_1, \ldots, V_n$. Esso stima, con il supporto dei medici, una lista di compatibilità cioè un insieme $F = \{(i, j)$: la tipologia di vaccino V_i è compatibile [cioè adatto] per la persona $j\}$. Ogni unità di vaccino sarà per al più una persona e ogni persona avrà al più una unità di vaccino.

1a) Fase di emergenza [non ci sono vaccini per tutti]: si assuma che, per ogni tipologia V_i (per $i = 1, \ldots, n$) di vaccino, il Paese abbia a disposizione q_i unità di vaccino.

Il problema è: determinare come effettuare i vaccini a disposizione, in accordo con la lista di compatibilità, con l'obiettivo di massimizzare il numero delle persone che avranno il vaccino.

1b) Fase avanzata [ci sono vaccini per tutti]: si assuma che, per ogni tipologia V_i (per $i = 1, \ldots, n$) di vaccino, il Paese possa acquistarne al più d_i unità con un costo unitario pari a c_i.

Il problema è: determinare come acquistare i vaccini, in accordo con la lista di compatibilità, garantendo che ogni persona avrà il vaccino, con l'obiettivo di minimizzare il costo totale.

2. Una ditta desidera rifornirsi di n Prodotti ognuno dei quali può essere acquistato online presso m potenziali Distributori. Acquistare dal Distributore j (per $j = 1, \ldots, m$) comporta un costo fisso di consegna (totale) pari a d_j. Ogni Prodotto sarà acquistato solo presso un Distributore: in particolare acquistare il Prodotto i (per $i = 1, \ldots, n$) presso il Distributore j (per $j = 1, \ldots, m$) comporta un costo pari a c_{ij}.

Il problema è: determinare come acquistare tali prodotti (e in particolare presso quali Distributori) con l'obiettivo di minimizzare i costi complessivi di consegna e di acquisto.

Nota: tale problema è analogo al problema della "localizzazione di impianti".

2a) Formulare tale problema in termini di programmazione lineare intera.

2b) Determinare una soluzione "greedy" per la seguente istanza del problema

matrice c_{ij}

		Distributori			
		1	2	3	4
	1	3	4	4	4
	2	2	1	2	2
	3	3	4	3	3
Prodotti	4	7	8	7	8
	5	5	4	4	5
vettore d_j :		3	4	5	4

III appello – Ricerca operativa 23.07.2021

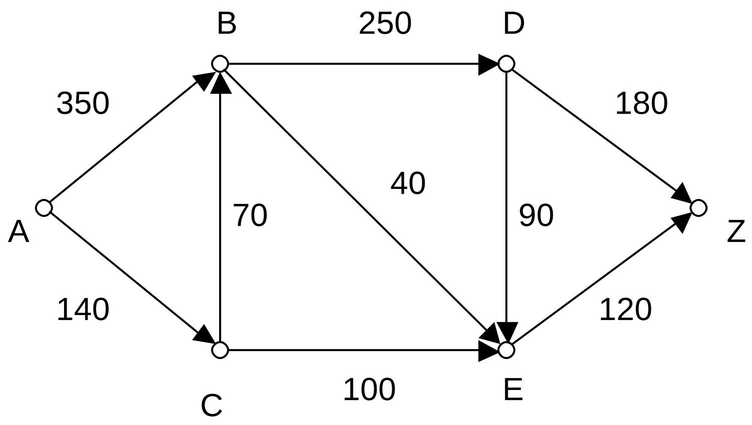
Il Direttore di una Filiale di una Banca, in vista delle prossime ferie estive, sta pensando di definire un assetto minimale del personale (cioè in modo che ogni Funzione Lavorativa sia svolta da almeno un certo numero di Lavoratori, ad esempio, la Funzione Lavorativa di cassiere sia svolta da almeno due Lavoratori) che sia anche flessibile, cioè che consideri la possibilità che una Funzione Lavorativa sia svolta anche da Lavoratori che di norma non la svolgono (nel senso che ne svolgono un'altra) ma sono in grado di svolgerla almeno per un breve periodo. Allora i parametri da considerare possono essere i seguenti:
:: c'è un insieme F di m Funzioni Lavorative;
:: c'è un insieme L di n Lavoratori;
:: ogni Lavoratore può svolgere al più una Funzione Lavorativa;
:: il Direttore stima, per ogni Funzione Lavorativa j (per $j = 1, \ldots, m$), il numero minimo, sia p_j, di Lavoratori che sono necessari per la Funzione Lavorativa j;
:: il Direttore individua l'insieme delle *coppie compatibili*, cioè, l'insieme $C = \{(i, j) \in L \times F :$ Lavoratore i è in grado di svolgere Funzione Lavorativa j almeno per un breve periodo$\}$.
Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:
tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, verificare se i Lavoratori in L garantiscono un assetto minimale flessibile, cioè, se per ogni Funzione Lavorativa j (per $j = 1, \ldots, m$) esistono almeno p_j Lavoratori in L che svolgono la Funzione Lavorativa j (e solo quella, in accordo con i vincoli di sopra).

2. Spiegare a una persona che non conosce questa materia d'esame:
(i) cosa si intende per *problema di Programmazione Lineare* (PL);
(ii) a che cosa serve la PL, descrivendo un problema di natura pratica (verosimile, inventato, o tratto dal programma del corso) che può essere formulato in termini di PL, e infine scrivendo il corrispondente modello di PL;
(iii) come si può risolvere un problema di PL, sia citando un algoritmo (teorico) che può risolve tale problema, sia citando un software (pratico) che può risolve tale problema.

3. Un Amministratore sta pianificando un "progetto" per la ristrutturazione del suo condominio:
le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5,
le rispettive durate (in unità di settimane) sono: 7, 8, 3, 5, 4,
le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_2$, $A_1 < A_3$, $A_2 < A_4$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.
Mediante il metodo PERT calcolare qual è la durata minima del "progetto" e quali sono le attività critiche.

I appello – Ricerca operativa 21.01.2022

1. Uno Stato, sia Stato Z, sta studiando il modo di evacuare al più presto i suoi connazionali da un altro Stato, sia Stato A, mediante una rete di ponti aerei. Infatti non c'è un collegamento aereo (diretto) dallo Sato A allo Stato Z, tuttavia è possibile individuare una rete di collegamenti aerei giornalieri, che passa per altri Stati.
Nel grafo di seguito tale rete è riportata come un grafo sia *G*:
ogni nodo corrisponde a uno Stato, ogni arco diretto fra due nodi corrisponde a un collegamento aereo giornaliero fra i due Stati corrispondenti, la capacità di ogni arco corrisponde al numero di persone che possono essere trasportate mediante quel collegamento aereo giornaliero.
Lo Stato Z si chiede allora qual è il massimo numero di suoi connazionali che giornalmente [cioè a regime] può essere evacuato dallo Stato A verso lo Stato Z mediante questa rete, cioè, assicurandosi che una volta che un suo connazionale è evacuato dallo Stato A poi arriverà (mediante questa rete) allo Stato Z.
Allora – per rispondere a tale quesito – risolvere il problema del "massimo flusso" da A a Z, nel seguente grafo *G*, mediante l'algoritmo di Ford-Fulkerson.



2. Descrivere brevemente cosa si intende per problema di "programmazione lineare"; inoltre riportare i due principali teoremi che riguardano la "programmazione lineare" inseriti nel programma del corso (cioè, quello sull'esistenza di una soluzione ottima su un vertice …, e quello che lega i vertici alle soluzioni ammissibili di base …); infine descrivere brevemente l'algoritmo del Simplesso per la soluzione di un tale problema.

3. Sviluppare i seguenti punti:
(i) descrivere il problema del "cammino di costo minimo";
(ii) costruire una istanza di tale problema (a piacere), sia un grafo orientato *G*, in modo che *G* abbia 7 vertici (compresi i vertici *s* e *t* di partenza e di arrivo);
(iii) risolvere tale problema, per l'istanza *G* costruita sopra, mediante l'algoritmo di Dijkstra.

II appello – Ricerca operativa 21.02.2022

1. Uno Stato dell'Unione Europea (UE) ha a disposizione due budget per finanziare alcuni progetti, per l'energia rinnovabile, da scegliere nell'ambito di un insieme di progetti; il primo budget, sia B, è fornito dallo Stato stesso; il secondo budget, sia C, è fornito dalla UE; in particolare lo Stato per finanziare un progetto ha bisogno di un certo importo, che per motivi burocratici/politici è riconducibile a un certo importo da prelevare da B e a un certo importo da prelevare da C. In dettaglio:
:: esistono due budget, siano B e C, come specificato sopra;
:: esiste un insieme $P = \{1, 2, \ldots, |P|\}$ di *progetti*;
:: per finanziare il progetto $i \in \{1, 2, \ldots, |P|\}$, lo Stato ha bisogno di un importo pari a b_i da prelevare da B e di un importo pari a c_i da prelevare da C; inoltre si stima che il progetto $i \in \{1, 2, \ldots, |P|\}$ porterà, in caso di finanziamento, una utilità pari a u_i (ad esempio la quantità di energia rinnovabile prodotta a medio termine);
:: ogni progetto o è finanziato oppure non è finanziato (cioè non può essere finanziato parzialmente).
Il problema è determinare quali progetti scegliere, con i vincoli di budget sopra indicati, in modo da massimizzare la somma delle utilità dei progetti scelti.

2. Sviluppare brevemente i seguenti argomenti immaginando di illustrarli a una persona che non li conosce: (i) descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Matematica e per problema di Programmazione Lineare; (ii) descrivere cosa si intende per "dualità" in programmazione lineare e (ad esempio) a che cosa la "dualità" può essere utile.

3. Descrivere brevemente il problema della "localizzazione di impianti"; inoltre determinare una soluzione "greedy" per la seguente istanza del problema:

matrice c_{ij}

		impianti			
		1	2	3	4
	1	9	7	5	0
	2	3	0	3	7
	3	0	4	2	4
clienti	4	8	7	2	1
	5	5	4	0	4
vettore d_j :		5	2	7	5

1. Una Regione vuole razionalizzare le proprie risorse in previsione di una carestia, cioè, vuole utilizzare al meglio un certo insieme N di *ettari* di terreno da destinare a un certo insieme M di *colture*. In dettaglio:
:: ogni ettaro $i \in N$ può essere destinato a una sola coltura, fra quelle appartenenti a un certo sottoinsieme $M_i \subseteq M$ di colture, per motivi biologici/tecnici; così in automatico ogni coltura $j \in S$ può essere destinata soltanto agli ettari appartenenti a un certo sottoinsieme $N_j \subseteq N$ di ettari;
:: per ogni ettaro $i \in N$ e per ogni coltura $j \in M$, destinare l'ettaro i alla coltura j [nel caso in cui è possibile] comporta una utilità (dato dalla differenza fra benefici e costi) pari a u_{ij};
:: la Regione vuole che, per ogni coltura $j \in M$, almeno q_j ettari siano destinati alla coltura j;
Il problema è decidere come destinare tutti gli ettari in N alle colture in M, soddisfacendo i vincoli di sopra, in modo da minimizzare l'utilità complessiva per tali destinazioni.
[suggerimento: indicare l'insieme delle *coppie compatibili* con l'insieme $F = \{(i, j) \in N \times M$: l'ettaro i è destinabile alla coltura j $\}$]

2. Descrivere brevemente il "problema del cammino di costo minimo"; inoltre fare un esempio di un problema di natura pratica che può essere modellato come un tale problema [come per rispondere a una domanda del tipo: a che serve studiare tale problema?]; infine menzionare un algoritmo (ad hoc), fra quelli studiati, che risolve tale problema.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.
Una Farmacia deve acquistare tamponi da una Ditta su un orizzonte temporale composto da 4 settimane (in particolare, l'acquisto può avvenire una sola volta alla settimana, all'inizio della settimana).
Per ogni settimana $t = 1, \ldots, 4$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità acquistata all'inizio della settimana t e la giacenza alla fine della settimana t; in particolare, all'inizio della settimana 1 non ci sono giacenze (nella Farmacia), e non si vuole che ce ne siano alla fine della settimana 4.
Per ogni settimana $t = 1, \ldots, 4$: la funzione costo di acquisto è $C_t = A_t w(x_t) + c_t x_t$ [dove $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti]; la funzione costo di stoccaggio è $H_t = h_t x_t$; la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) è d_t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

settimana	domanda	*A*	*c*	*h*
1	100	200	30	1
2	120	200	30	1
3	120	200	30	1
4	150	200	30	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni settimana $t = 1, 2, 3, 4$) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

I appello – Ricerca operativa e logistica 25.01.2023

[prova scritta da 6 cfu su cui mutuano “Ricerca operativa” e “Teoria dei giochi”]

1. Sviluppare i seguenti punti:
(i) descrivere un problema di ottimizzazione (inventato/verosimile) che possa essere formulato come un problema di “programmazione lineare intera” con funzione obiettivo da massimizzare;
(ii) descrivere il corrispondente modello di “programmazione lineare intera”, evidenziando quindi le variabili decisionali, la funzione obiettivo, i vincoli;
(iii) descrivere brevemente un algoritmo di soluzione (fra quelli studiati) per risolvere tale problema di “programmazione lineare intera”.

2. Formulare in termini di “programmazione lineare (intera)” il seguente problema:
Una RSA sta cercando dei medici da assumere. In dettaglio:
:: c’è un insieme M di Medici (candidati);
:: c’è un insieme A di Attività da svolgere (ognuna delle quali richiede una particolare competenza);
:: ogni Attività $a \in A$ può essere svolta solo da Medici (competenti) di un sottoinsieme $M_a \subseteq M$;
:: per ogni Attività $a \in A$, la RSA che vuole assumere almeno un Medico che possa svolgere l’Attività a;
:: la RSA vuole comunque assumere un numero di Medici pari a 7;
:: per ogni Medico $m \in M$, il costo annuale per l’assunzione del Medico m è pari a C_m .
Problema: scegliere quali Medici assumere (fra i candidati), tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da minimizzare il costo annuale totale per le assunzioni.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.
Una Distributore deve acquistare benzina da una Multinazionale su un orizzonte temporale composto da 3 settimane (in particolare, l’acquisto può avvenire una sola volta alla settimana, all’inizio della settimana).
Per ogni settimana $t = 1, \ldots, 3$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità acquistata all’inizio della settimana t e la giacenza alla fine della settimana t; in particolare, all’inizio della settimana 1 non ci sono giacenze (nel Distributore), e non si vuole che ce ne siano alla fine della settimana 3.
Per ogni settimana $t = 1, \ldots, 3$: la funzione costo di acquisto è $C_t = A_t w(x_t) + c_t x_t$ [dove $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti]; la funzione costo di stoccaggio è $H_t = h_t x_t$; la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) è d_t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

settimana	domanda	A	c	h
1	5000	50	10	3
2	6000	50	12	3
3	7000	50	14	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni settimana $t = 1, 2, 3$) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

II appello – Ricerca operativa e logistica 10.02.2023

[prova scritta da 6 cfu su cui mutuano “Ricerca operativa” e “Teoria dei giochi”]

1. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere un problema di ottimizzazione (inventato/verosimile) che possa essere formulato come un problema di “programmazione lineare” con funzione obiettivo da massimizzare;

(ii) descrivere il corrispondente modello di “programmazione lineare”, evidenziando quindi le variabili decisionali, la funzione obiettivo, i vincoli;

(iii) descrivere brevemente un algoritmo di soluzione (fra quelli studiati) per risolvere tale problema di “programmazione lineare”.

2. Un Team deve lavorare su un “progetto” e vuole pianificare tale progetto in modo da completarlo nel minor tempo possibile (essendo il Team composto da varie persone che possono lavorare in parallelo).

Il progetto è definito come segue:

le attività sono A_1, A_2, A_3, A_4, A_5,

le rispettive durate (in unità di giorni) sono: 15, 12, 7, 9, 8,

le relazioni di precedenza sono: $A_1 < A_3$, $A_1 < A_4$, $A_2 < A_3$, $A_3 < A_5$, $A_4 < A_5$.

Svolgere i seguenti punti:

a) formulare in termini di “programmazione lineare” il problema di calcolare la durata minima del progetto;

b) calcolare la durata minima del progetto mediante il metodo PERT.

3. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere il problema della “localizzazione di impianti”;

(ii) determinare una soluzione “greedy” per la seguente istanza del problema:

matrice c_{ij}

impianti

		1	2	3	4
	1	4	5	2	3
	2	3	6	1	4
	3	1	9	7	7
clienti	4	7	5	9	9
	5	3	4	4	2
vettore d_j :		7	8	5	3

specificando così quali impianti che devono essere attivati secondo tale soluzione “greedy”.

III appello – Ricerca operativa e logistica 16.06.2023

[prova scritta da 6 cfu su cui mutuano “Ricerca operativa” e “Teoria dei giochi”]

1. Formulare in termini di “programmazione lineare (intera)” il seguente problema:

Una Compagnia Aerea vuole acquistare degli “slot” (cioè dei permessi di atterraggio e di decollo) presso alcuni aeroporti europei; essa ha focalizzato 4 Stati e vorrebbe acquistare uno slot in ognuno di questi Stati (quindi in totale vorrebbe acquistare 4 slot); così, tramite una indagine, per ognuno dei 4 Stati essa ha focalizzato 3 possibili Aeroporti; in dettaglio:

:: ci sono 4 Stati, siano S_1, S_2, S_3, S_4;

:: per i = 1, 2, 3, 4, nello stato S_i ci sono 3 Aeroporti, siano A_{i1}, A_{i2}, A_{i3} ;

:: per i = 1, 2, 3, 4, e per j = 1, 2, 3, all’Aeroporto A_{ij} è associato un costo c_{ij} per l’eventuale acquisto di uno slot (per un anno), e un profitto atteso p_{ij} per l’eventuale acquisto di uno slot (per un anno);

:: la Compagnia Aerea vuole acquistare esattamente uno spot in ogni Stato;

:: la Compagnia Aerea al momento ha a disposizione un budget pari a B.

Il problema è scegliere, per ogni Stato, l’Aeroporto in cui acquistare lo slot, tenendo conto del vincolo di bubget, con l’obiettivo di massimizzare la somma dei profitti attesi associati agli Aeroporti scelti.

2. Sviluppare i seguenti punti:

(a) descrivere brevemente il “problema dei trasporti”;

(b) formulare il “problema dei trasporti” in termini di programmazione lineare (intera);

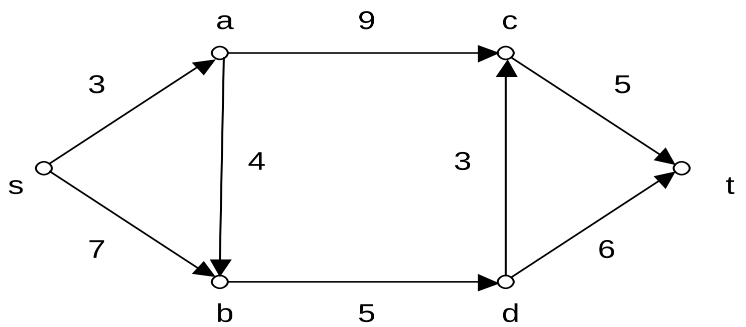
(c) descrivere brevemente la variante in cui i costi di trasporto possono avere una componente di costo fisso (cioè che si attiva non appena un certo trasporto è attivato e che non dipende dalla quantità trasportata);

(d) formulare il “problema dei trasporti”, con tale variante, in termini di programmazione lineare (intera).

3. Sviluppare i seguenti punti:

(i) descrivere il problema del “cammino di costo minimo”;

(ii) determinare mediante l’algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



IV appello – Ricerca operativa e logistica 03.07.2023

[prova scritta da 6 cfu su cui mutuano “Ricerca operativa” e “Teoria dei giochi”]

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un piccolo Comune vuole assumere nuove Figure Professionali con un budget pari a b. L’insieme delle possibili Figure Professionali è $F = \{1, 2, \ldots, m\}$. Per ogni Figura Professionale $i \in M$ sono noti sia un costo c_i (costo per l’assunzione) sia una utilità u_i (stimata come il risparmio che l’assunzione di tale Figura Professionale comporterebbe, dato che al momento il corrispondente lavoro è eseguito comunque, ma pagato dal Comune come prestazioni straordinarie o come assegnazioni a figure esterne). Il problema è scegliere quali Figure Professionali assumere, con il vincolo di budget, con l’obiettivo di massimizzare l’utilità totale.

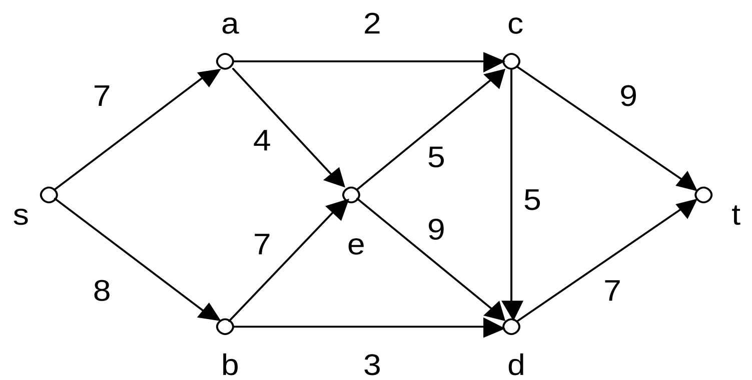
2. Spiegare a una persona che non conosce questa materia d’esame:

(i) di cosa si occupa la “Ricerca operativa”;

(i) cosa si intende per *problema di Programmazione Matematica* (PM), *problema di Programmazione Lineare* (PL), *problema di Programmazione Lineare Intera* (PLI);

(iii) come può un problema di ottimizzazione di natura pratica (verosimile, inventato, o tratto dal programma del corso) essere modellato in termini di PL; cioè, descrivere un problema di ottimizzazione, e scrivere il corrispondente modello di PL.

3. Determinare mediante l’algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da s a t nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



V appello – Ricerca operativa 19.07.2023

1. Una persona si trasferisce in uno Stato della UE poiché ha trovato un lavoro temporaneo (in particolare, tramite il passaporto, ottiene un permesso di soggiorno temporaneo e un contratto di lavoro temporaneo). Tuttavia questa persona vuole stabilirsi in questo Stato e, a tal fine, dovrebbe ottenere i seguenti documenti: (1) Codice Fiscale, (2) Carta di Identità, (3) Residenza e/o Contratto di affitto, (4) Contratto di lavoro definitivo, (5) Patente, (6) Permesso di soggiorno definitivo.

Per $i \in \{1, \dots, 6\}$, sia A_i l'attività che consiste nell'ottenere il documento i.

Per $i \in \{1, \dots, 6\}$, sia d_i il numero di giorni che è necessario per completare A_i,

sia $(d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6) = (2, 20, 27, 7, 70, 45)$.

Inoltre esistono delle "relazioni di precedenza" fra queste attività come di seguito:

$A_1 < A_4$; $A_2 < A_3$; $A_2 < A_4$; $A_2 < A_5$; $A_3 < A_6$; $A_4 < A_6$

Il problema è calcolare il tempo minimo per completare tutte le attività indicate sopra. In particolare:

(i) risolvere tale problema mediante il metodo PERT;

(ii) è possibile formulare tale problema in termini di "programmazione lineare"?

2. Sviluppare i seguenti punti: (i) definire cosa si intende per *problema di "programmazione lineare"*;

(ii) descrivere (in modo dettagliato) un problema di ottimizzazione inventato/verosimile che possa essere formulato come un problema di "programmazione lineare" con funzione obiettivo da massimizzare;

(iii) descrivere (in modo dettagliato) il corrispondente modello di "programmazione lineare", evidenziando quindi le variabili decisionali, la funzione obiettivo, i vincoli.

3. Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Uno Stabilimento Balneare deve acquistare birra da una Ditta su un orizzonte temporale composto da 3 settimane (in particolare, l'acquisto può avvenire una sola volta alla settimana, all'inizio della settimana).

Per ogni settimana $t = 1, \dots, 3$, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità di birra acquistata all'inizio della settimana t e la giacenza alla fine della settimana t; in particolare, all'inizio della settimana 1 non ci sono giacenze, e non si vuole che ce ne siano alla fine della settimana 3.

Per ogni settimana $t = 1, \dots, 3$: la funzione costo di produzione [cioè di acquisto] è $C_t = A_t\, w(x_t) + c_t x_t$ [dove $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti]; la funzione costo di stoccaggio è $H_t = h_t x_t$; la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) è d_t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Settimana	Domanda	A_t	c_t	h_t
1	400	30	2	0,1
2	500	30	2	0,1
3	700	30	2	

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni settimana $t = 1, 2, 3$) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

VI appello – Ricerca operativa e logistica Gennaio 2024

[prova scritta da 6 cfu su cui mutuano "Ricerca operativa" e "Teoria dei giochi"]

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Il (nuovo) Direttore di un Supermarket cerca di dare un assetto ottimale di riferimento al Supermarket, assegnando a ciascun Dipendente un Ruolo opportuno. Così, durante il primo mese, "prova" ognuno dei Dipendenti in diversi Ruoli in modo da valutare l'*utilità* di assegnare un certo Dipendente a un certo Ruolo.

In dettaglio:

:: c'è un insieme D di Dipendenti;

:: c'è un insieme R di Ruoli;

:: si può assumere che $|D| = |R|$, che ogni Dipendente sarà assegnato a un solo ruolo, e che a ogni ruolo sarà assegnato un solo Dipendente;

:: per ogni Dipendente $d \in D$ per ogni Ruolo $r \in R$, l'*utilità* di assegnare d a r è stimata pari a u_{ij} (che può essere ad esempio un numero fra -30 e 30);

Problema: assegnare a ogni Dipendente $d \in D$ un Ruolo $r \in R$, tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da massimizzare la somma delle *utilità*.

2. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un tennista semi-professionista sta valutando di partecipare ad alcuni Tornei nella stagione estiva.

Allora pensa di procedere come segue. In dettaglio:

:: c'è un insieme $T = \{1, \ldots, 16\}$ di Tornei;

:: per ogni Torneo $i \in T$, il tennista stima il numero di giorni d_i che sarà impegnato per tale Torneo;

:: per ogni Torneo $i \in T$, il tennista stima il *profitto atteso* p_i che otterrà partecipando a tale Torneo [che si può intendere come la differenza fra il guadagno atteso per il piazzamento finale e il costo per partecipare];

:: il tennista può dedicare a questi Tornei un totale di giorni pari a D;

:: ci sono delle incompatibilità fra gruppi di Tornei (cioè per ogni gruppo si può partecipare a un solo Torneo del gruppo) dovute al periodo in cui tali Tornei si svolgono: i Tornei 2, 4, 7 sono fra loro incompatibili, i Tornei 3, 7, 9 sono fra loro incompatibili, i Tornei 5, 12 sono fra loro incompatibili.

Problema: scegliere i Tornei ai quali partecipare, tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da massimizzare la somma dei *profitti attesi*.

3. Sviluppare i seguenti punti:

(i) definire cosa si intende per: problema di Programmazione Matematica; problema di Programmazione Lineare (PL); problema di Programmazione Lineare Intera (PLI);

(ii) descrivere brevemente come funziona il metodo del Simplesso (per la PL);

(iii) descrivere brevemente come funziona il metodo del Branch and Bound (per la PLI).

Esercitazione – Ricerca operativa e logistica 13 dicembre 2024

[prova scritta da 6 cfu su cui mutua “Ricerca operativa”]

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un'Azienda produce settimanalmente Yogurt di tre tipi, siano bianco (T1), alla frutta (T2), al caffè (T3), componendo Alimenti di tre tipi, siano latte (L), frutta (F), caffè (C); in dettaglio:

:: 1 unità di T1 si ottiene combinando 4 u. di L, 0 u. di F, 0 u. di C,

:: 1 unità di T2 si ottiene combinando 2 u. di L, 2 u. di F, 0 u. di C,

:: 1 unità di T3 si ottiene combinando 3 u. di L, 0 u. di F, 1 u. di C;

l'Azienda già possiede 200 u. di L, 100 u. di F, 50 u. di C;

il costo per produrre 1 unità di T1, di T2, di T3, è rispettivamente di 3, 5, 4 Euro;

inoltre una produzione non-nulla di T3 comporta un costo fisso pari a K Euro (per la lavorazione del caffè);

il ricavo unitario per la vendita di T1, T2, T3, è rispettivamente di 40, 50, 50 Euro;

infine l'azienda non vuole produrre più di 70 unità di T1, di T2, di T3 rispettivamente.

Problema: decidere quante unità di T1, di T2, di T3 rispettivamente produrre, tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da massimizzare la somma dei guadagni.

2. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Ditta di consulenza informatica, che ha sede fuori dall'Abruzzo, presta comunque assistenza qualificata a un insieme N di clienti in Abruzzo. Allora la Ditta sta pensando di aprire delle succursali in Abruzzo, in modo da risparmiare, cioè da evitare costose trasferte degli operatori. Così la Ditta ha definito un insieme M di possibili succursali da aprire in rispettive possibili località. In particolare, fissato un certo orizzonte temporale, la Ditta stima che: aprire la succursale $j \in M$ comporta un costo fisso F_j e prestare assistenza al cliente $i \in N$ dalla succursale $j \in M$ comporta un costo pari a c_{ij} .

Problema: scegliere quali possibili succursali in M aprire, in modo da minimizzare la somma dei costi per l'apertura delle filiali aperte e dei costi per prestare assistenza ai clienti in N.

3. Spiegare brevemente a una persona che non conosce la disciplina "ricerca operativa" di che cosa si tratta, in particolare specificando cosa si intende per Programmazione Lineare (PL), e facendo un esempio di problema di ottimizzazione che può essere formulato come PL (esplicitando tale modello).

II appello – Ricerca operativa e logistica 7 luglio 2025

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un'Azienda agricola coltiva tre prodotti, siano P_1, P_2, P_3, utilizzando anche Acqua (A) ed Energia (W).

In dettaglio:

: 1 unità di P_1 si ottiene combinando/utilizzando 2 u. di A, 5 di W,

:: 1 unità di P_2 si ottiene combinando/utilizzando 3 u. di A, 4 u. di W,

:: 1 unità di P_3 si ottiene combinando/utilizzando 1 u. di A, 7 u. di W,

Si prevede per l'estate una carenza di A e di W.

In particolare l'Azienda prevede di poter utilizzare circa 6000 u. di A e 10000 u. di W.

Inoltre l'Azienda non vuole produrre più di q_1, q_2, q_3 unità di prodotto P1, P2, P3 (rispettivamente).

Infine l'Azienda stima di ricavare r_1, r_2, r_3 per ogni unità di prodotto P1, P2, P3 coltivato (rispettivamente).

Problema: decidere quante unità di P1, di P2, di P3 rispettivamente coltivare, tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da massimizzare la somma dei ricavi.

2. Mediante il *metodo di Wagner-Whitin*, risolvere il seguente problema.

Un Convento deve acquistare Acqua, in un periodo in cui si prevede una carenza di acqua, da una Rifornitore non vicino su un orizzonte temporale composto da 4 settimane; in particolare, per comodità l'acquisto può avvenire una sola volta alla settimana, all'inizio della settimana.

Per ogni settimana t = 1, 2, 3, 4, siano x_t e s_t le variabili che indicano rispettivamente la quantità acquistata all'inizio della settimana t e la giacenza alla fine della settimana t; in particolare, all'inizio della settimana 1 non ci sono giacenze nel Convento, e non si vuole che ce ne siano alla fine della settimana 4.

Per ogni settimana t = 1, 2, 3, 4: la funzione costo di acquisto/*produzione* è $C_t = A_t\, w(x_t) + c_t x_t$ [dove $w(x_t) = 1$ se $x_t > 0$, e $w(x_t) = 0$ altrimenti]; la funzione costo di *stoccaggio* è stimata $H_t = h_t x_t$; la stima delle necessità da soddisfare è d_t. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo	Necessità	A_t	c_t	h_t
1	250	100	40	5
2	300	100	40	5
3	400	100	40	5
4	250	100	40	5

Problema: determinare le variabili x_t e s_t (per ogni settimana t = 1, 2, 3, 4) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le necessità al momento in cui vengono effettuate (cioè, $s_t \geq 0$).

3. Spiegare brevemente a una persona che non conosce la disciplina "ricerca operativa" di che cosa si tratta, in particolare specificando cosa si intende per Programmazione Lineare Intera (PLI), e facendo un esempio di problema di ottimizzazione che può essere formulato come PLI (esplicitando tale modello).

Esercitazione – Ricerca operativa e logistica 12 dicembre 2025

[prova scritta da 6 cfu su cui mutua "Ricerca operativa"]

1. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Un Comune vuole istallare alcuni (grossi) Centri per la produzione di energia fotovoltaica nel suo territorio; ci sono a disposizione m Luoghi dove istallare rispettivamente un Centro; in particolare, per ogni Luogo $j \in \{1, \ldots, m\}$, si stima un costo C_j per istallare un Centro; ogni Centro istallato può produrre Z unità di energia in un orizzonte "orizzonte temporale fissato"; d'altro canto, il Comune partiziona il territorio in n Atomi (formati da piccoli agglomerati urbani), così da collegare ogni Atomo a esattamente un Centro; in dettaglio:

:: per ogni Atomo $i \in \{1, \ldots, n\}$ e per ogni Luogo $j \in \{1, \ldots, m\}$, si stima il costo c_{ij} per collegare l'Atomo i al possibile Centro in j ;

:: per ogni Atomo $i \in \{1, \ldots, n\}$, si stima la richiesta z_i di unità di energia dell'Atomo i nell' "orizzonte temporale fissato" ;

Problema: il Comune vuole decidere in quali Luoghi istallare un Centro, in modo da soddisfare tutte le richieste degli Atomi nell' "orizzonte temporale fissato", con l'obiettivo di minimizzare la somma dei costi di istallazione dei Centri e dei costi di collegamento Atomo-Centro.

[*Nota:* il problema è simile al problema della *Localizzazione di impianti*].

2. Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una RSA vuole assumere nuovo personale per le sue esigenze.

:: c'è un insieme C di Candidati (ognuno con una sua "abilitazione", cioè, medici, infermieri, etc.);

:: c'è un insieme A di Attività da svolgere;

:: ogni Attività $a \in A$ può essere svolta solo da un Candidato "a-abilitato", cioè, di un sottoinsieme $N_a \subseteq N$;

:: per ogni Attività $a \in A$, la RSA che vuole assumere almeno due Candidati "a-abilitati", cioè, in N_a;

:: per ogni Candidato $i \in N$, il costo annuale per l'assunzione del Candidato i è pari a C_i .

Problema: scegliere quali Candidati assumere (fra i Candidati), tenendo conto dei parametri e dei vincoli di sopra, in modo da minimizzare il costo annuale totale per le assunzioni.

3. Spiegare a una persona che non conosce questa materia d'esame:

(i) di cosa si occupa la "Ricerca operativa";

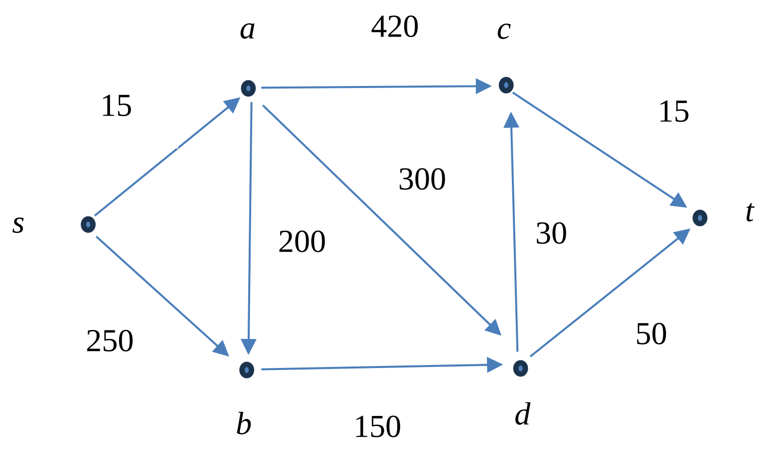
(ii) cosa si intende per *problema di Programmazione Matematica* (PM), *problema di Programmazione Lineare* (PL), *problema di Programmazione Lineare Intera* (PLI);

(iii) quali algoritmi studiati nel corso sono usati rispettivamente per risolvere un problema di PL e un problema di PLI, descrivendo (in breve) come essi funzionano.

I appello – Ricerca operativa e logistica 16.01.2026

1. Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.
Un Forno desidera produrre due tipi di pane, siano Pane Integrale e Pane ai Cereali, combinando tre tipi di ingredienti (grano, crusca, cereali), siano A, B, C, che sono a disposizione in quantità rispettivamente di 40, 25, 15 unità. Il profitto che l'azienda presume di trarre dalla produzione di 1 unità di Pane Integrale è 2, mentre dalla produzione di 1 unità di Pane ai Cereali è 4. Per produrre 1 unità di Pane Integrale, si ha bisogno di: 3 unità di A, 1 unità di B. Per produrre 1 unità di Pane ai Cereali, si ha bisogno di: 2 unità di A, 1 unità di B, 1 unità di C. Il problema è organizzare la produzione (cioè stabilire quante unità di Pane Integrale e di Pane ai Cereali produrre) in modo di massimizzare il profitto totale.

2. Una persona vuole andare da Pescara a Fatima (in Portogallo). Dato che non c'è un volo diretto, la persona per il suo scopo studia alcuni *percorsi*, che prevedono tappe intermedie. Per semplicità assumiamo che tali *percorsi* siano rappresentate tramite il grafo sottostante dove:
s = Pescara; a = Roma; b = Barcellona; c = Lisbona; d = Madrid; t = Fatima,
gli archi (orientati) fra coppie di nodi rappresentano l'esistenza di un *collegamento*, che può essere in autobus oppure in aereo, fra i due nodi; in particolare i numeri associati agli archi rappresentano rispettivamente i costi dei *collegamenti* corrispondenti.
Il problema è determinare un *percorso* di costo minimo fra Pescara e Fatima (dove il costo di un *percorso* è dato dalla somma dei costi dei *collegamenti* che lo compongono): a tal fine, o determinare un cammino di costo minimo da s a t nel grafo sottostante tramite l'algoritmo di Dijkstra, oppure formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera).



3. Sviluppare i seguenti punti:
(i) spiegare brevemente di cosa si occupa la "Ricerca operativa";
(ii) descrivere brevemente il "problema dei trasporti".

I appello – Ricerca operativa e logistica (in English) 16.01.2026

1. Formulate the following problem in terms of linear programming.

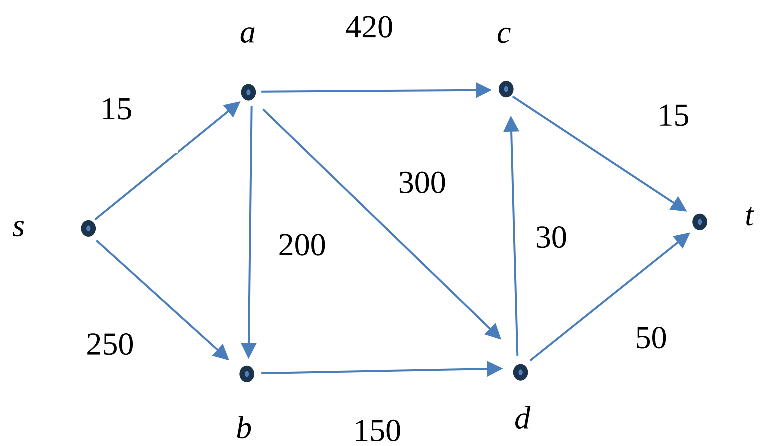
A bakery wishes to produce two types of bread, Whole Wheat Bread and Multi-Grain Bread, combining three types of ingredients (wheat, bran, cereals), A, B, and C, which are available in quantities of 40, 25, and 15 units, respectively. The profit the bakery expects to earn from producing 1 unit of Whole Wheat Bread is 2, while from producing 1 unit of Multi-Grain Bread it is 4. To produce 1 unit of Whole Wheat Bread, it needs: 3 units of A, 1 unit of B. To produce 1 unit of Multi-Grain Bread, it needs: 2 units of A, 1 unit of B, and 1 unit of C. The problem is to determine how many units of Whole Wheat Bread and Multi-Grain Bread to produce so as to maximize total profit.

2. A person wants to travel from Pescara to Fatima (Portugal). Since there is no direct flight, the person studies several *routes*, each with its own intermediate stops. For simplicity, we assume that these *routes* are represented by the graph below, where:

s = Pescara; a = Rome; b = Barcelona; c = Lisbon; d = Madrid; t = Fatima.

The (directed) arcs between pairs of nodes represent the existence of a *connection*, which may be a connection by bus or by plane, between the two nodes; in particular the numbers associated with the arcs represent the costs of the corresponding connections.

The problem is to determine a minimum-cost route from Pescara to Fatima (where the cost of a route is the sum of the costs of the connections that comprise it): to this end, either determine a minimum-cost path from *s* to *t* in the graph below by Dijkstra's algorithm, or formulate the problem in terms of (integer) linear programming.



3. Develop the following points:

(i) briefly explain what "Operations Research" concerns;

(ii) briefly describe the "transportation problem".