Cognome e Nome _____

Matricola _____

Algoritmi e strutture dati A.A. 2018/2019

Appello del 12 settembre 2022

Esercizio 1 (5 punti)

Sia $T(n) = \begin{cases} 9T(n/3) + cn^2 & se\ n > 1 \\ d & se\ n = 1 \end{cases}$

con *c* e *d* costanti.

Si dia una stima esplicita (non ricorsiva) di T(n) facendo uso del **teorema generale**.

Esercizio 2 (12 punti)

L'array delle ripetizioni di un dato array **a** di numeri interi è definito come un array avente come lunghezza il numero di elementi distinti dell'array **a**, e contenente in posizione **i** (i=0,1,…) il numero di ripetizioni nell'array **a** dell'(i+1)-esimo elemento più piccolo di **a**. Ad esempio, se **a**={8, 1, 3, 1, 5, 10, 1, 3}, il suo array di ripetizioni è {3,2,1,1,1} in quanto in **a** ci sono 5 elementi distinti, e l'elemento più piccolo di **a** (1) compare 3 volte, il secondo elemento più piccolo (3) compare 2 volte, e i rimanenti elementi compaiono solo una volta.
Scrivere un metodo in Java o in pseudocodice

```
static int[] ripetezioni (int[] a)
```

che, preso come parametro un array **a** di numeri interi, senza modificare **a**, crea e restituisce il suo array delle ripetizioni.
Se a vale *null*, viene restituito *null*; se a è vuoto, viene restituito un array vuoto.
Si analizzi la complessità temporale del metodo proposto: tale metodo può richiamare qualsiasi algoritmo di ordinamento e/o di ricerca visto a lezione e deve avere complessità temporale **O(n log n)** nel caso peggiore (*soluzioni con complessità temporale peggiore danno luogo a una valutazione minore, pari a un massimo di 6 punti totali*), dove n è la lunghezza dell'array **a** in input.

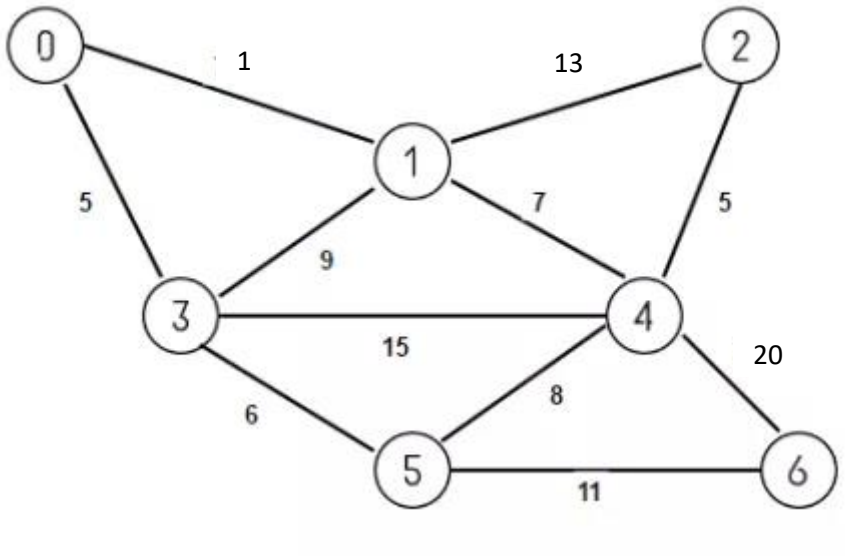
Esercizio 3 (7 punti)

Si consideri il seguente array di numeri interi:

{51, 4, 12, 5, 11, 100, 7, 15, 6, 1}

Mostrare **passo-passo l'esecuzione dell'heap-sort** per ordinare l'array in modo non decrescente (compresa la fase iniziale di build-max-heap).

Esercizio 4 (10 punti)
Si consideri il grafo non diretto in figura.



a. **[5 punti]** Mostrare una possibile esecuzione **passo-passo** dell'algoritmo di **Prim** per il minimo albero ricoprente, partendo dal nodo sorgente **3**. Ad ogni passo, bisogna mostrare il contenuto della coda con priorità utilizzata dall'algoritmo.

b. **[5 punti]** Mostrare una possibile esecuzione **passo-passo** dell'algoritmo di **Dijkstra** per i cammini minimi da singola sorgente, a partire dal nodo sorgente **3**. Ad ogni passo, bisogna mostrare il contenuto della coda con priorità utilizzata dall'algoritmo.

Regole per lo svolgimento della prova scritta:

- Per svolgere il compito si hanno a disposizione **120** minuti.
- Scrivere **subito** nome, cognome, matricola e numero del compito su OGNI FOGLIO (**compreso questo**).
- Durante la prova scritta **non** è possibile abbandonare l'aula.
- Non è ammesso **per nessun motivo** comunicare in qualsiasi modo con altre persone
- È possibile consultare appunti, libri, dispense o qualsiasi altro materiale.
- Qualsiasi strumento elettronico di calcolo o comunicazione (telefoni cellulari, calcolatrici, palmari, computer, etc…) deve essere **completamente disattivato** e **depositato in vista sulla cattedra**
- Mettere in vista sul banco il proprio libretto (o altro documento di identità).