

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Appello del 30 gennaio 2019

Esercizio 1 (8 punti)

$$\text{Sia } T(n) = \begin{cases} 4T(n/2) + cn^2 & \text{se } n > 1 \\ d & \text{se } n = 1 \end{cases}$$

con c e d costanti.

Si dia una stima esplicita (non ricorsiva) di $T(n)$ facendo uso sia del **teorema generale** che del metodo di **sostituzione e induzione**.

Esercizio 2 (11 punti)

(3 punti) Si scriva un metodo di ricerca binaria (iterativo o ricorsivo) in pseudocodice o in Java

```
static int binarySearch (int[] a, int x)
```

che, preso come parametro un array a di numeri interi (ordinato in modo non decrescente) ed un intero x , restituisce la posizione di un elemento dell'array a uguale a x , se esiste, e **-1** altrimenti.

(8 punti) Due array a e b della stessa lunghezza n (ognuno dei quali non contiene elementi ripetuti) si dicono **equiposizionali** se per ogni posizione $i=0, \dots, n-1$, vale che $a[i]$ è il j -esimo elemento più piccolo in a se e solo se $b[i]$ è il j -esimo elemento più piccolo in b . Ad esempio, $a=\{1, 8, 3\}$ e $b=\{10, 13, 11\}$ sono equiposizionali.

Scrivere un metodo (in pseudocodice o in Java)

```
static boolean equiposizionali (int[] a, int[] b)
```

che, presi come parametro due array a e b di numeri interi, restituisce *true* se e solo se a e b sono della stessa lunghezza e sono **equiposizionali**. Se entrambi valgono *null*, viene restituito *true*. Se solo uno dei due vale *null*, viene restituito *false*. Il metodo **non** deve modificare gli array.

Si analizzi la complessità temporale del metodo proposto: tale metodo può richiamare qualsiasi algoritmo visto a lezione e deve avere complessità temporale **$O(n \log n)$** nel caso peggiore (*soluzioni con complessità temporale peggiore danno luogo a una valutazione minore, pari a un massimo 4 punti su 8*), dove n è la lunghezza degli array a e b in input.

Esercizio 3 (8 punti)

Si consideri il seguente array di numeri interi:

{18, 4, 10, 1, 20, 13, 17, 135, 65, 14}

Mostrare **passo-passo l'esecuzione dell'heap-sort** per ordinare l'array in modo non decrescente (compresa la fase iniziale di build-max-heap).

Esercizio 4 (8 punti)

A lezione abbiamo visto il tipo di dato **lista singolarmente concatenata, ordinata in modo non decrescente**

```
class List {
    int key;
    List next;
}
```

Con i metodi

```
static List insert (List l, int key) {
    List nuovo = new List();
    nuovo.key=key;
    List i=l;
    List prev=null;
    while (i!=null && i.key<key) {
        prev=i;
        i=i.next;
    }
    if (prev==null) { //devo inserire
        //in PRIMA posizione
        nuovo.next=l;
        return nuovo;
    } else { //devo inserire dopo prev
        prev.next=nuovo;
        nuovo.next=i;
        return l;
    }
}
```

```
static List delete (List l, int key) {
    List i=l;
    List prev=null;
    while (i!=null && i.key<key) {
        prev=i;
        i=i.next;
    }
    if (i==null || i.key>key) return l;
    if (prev==null) { //cancello il
        // PRIMO elemento
        return i.next;
    } else {
        prev.next=i.next;
        return l;
    }
}
```

Si consideri ora il tipo di dato **lista doppiamente concatenata, ordinata in modo non decrescente**

```
class List2 {
    int key;
    List2 prev;
    List2 next;
}
```

- **(4 punti)** Scrivere un metodo **static List2 insert (List2 l, int key)** che, presi come parametri una Lista **l** ed un intero **key**, inserisce l'intero nella lista e restituisce la nuova lista così ottenuta (identificata dal suo primo elemento).
- **(4 punti)** Scrivere un metodo **static List2 delete (List2 l, int key)** che, presi come parametri una Lista **l** ed un intero **key**, elimina (se presente) la prima occorrenza della chiave **key** dalla lista **l**. Viene restituita la nuova lista così ottenuta (identificata dal suo primo elemento).

Regole per lo svolgimento della prova scritta:

- Per svolgere il compito si hanno a disposizione **100** minuti.
- Scrivere **subito** nome, cognome, matricola su **OGNI FOGLIO (compreso questo)**.
- Le risposte al primo esercizio devono essere date direttamente nel riquadro di questo foglio.
- Durante la prova scritta **non** è possibile abbandonare l'aula.
- Non è ammesso **per nessun motivo** comunicare in qualsiasi modo con altre persone
- È possibile consultare appunti, libri e dispense.
- Qualsiasi strumento elettronico di calcolo o comunicazione (telefoni cellulari, calcolatrici, palmari, computer, etc...) deve essere **completamente disattivato e depositato in vista sulla cattedra**
- Mettere in vista sul banco un valido documento di identità.

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Appello del 30 gennaio 2019

Esercizio 1 (8 punti)

$$\text{Sia } T(n) = \begin{cases} 9T(n/3) + cn^2 & \text{se } n > 1 \\ d & \text{se } n = 1 \end{cases}$$

con c e d costanti.

Si dia una stima esplicita (non ricorsiva) di $T(n)$ facendo uso sia del **teorema generale** che del metodo di **sostituzione e induzione**.

Esercizio 2 (11 punti)

(3 punti) Si scriva un metodo di ricerca binaria (iterativo o ricorsivo) in pseudocodice o in Java

```
static int binarySearch (int[] a, int x)
```

che, preso come parametro un array a di numeri interi (ordinato in modo non decrescente) ed un intero x , restituisce la posizione di un elemento dell'array a uguale a x , se esiste, e **-1** altrimenti.

(8 punti) Due array a e b della stessa lunghezza n (ognuno dei quali non contiene elementi ripetuti) si dicono **equiposizionali** se per ogni posizione $i=0, \dots, n-1$, vale che $a[i]$ è il j -esimo elemento più piccolo in a se e solo se $b[i]$ è il j -esimo elemento più piccolo in b . Ad esempio, $a=\{1, 8, 3\}$ e $b=\{10, 13, 11\}$ sono equiposizionali.

Scrivere un metodo (in pseudocodice o in Java)

```
static boolean equiposizionali (int[] a, int[] b)
```

che, presi come parametro due array a e b di numeri interi, restituisce *true* se e solo se a e b sono della stessa lunghezza e sono **equiposizionali**. Se entrambi valgono *null*, viene restituito *true*. Se solo uno dei due vale *null*, viene restituito *false*. Il metodo **non** deve modificare gli array.

Si analizzi la complessità temporale del metodo proposto: tale metodo può richiamare qualsiasi algoritmo visto a lezione e deve avere complessità temporale **$O(n \log n)$** nel caso peggiore (*soluzioni con complessità temporale peggiore danno luogo a una valutazione minore, pari a un massimo 4 punti su 8*), dove n è la lunghezza degli array a e b in input.

Esercizio 3 (8 punti)

Si consideri il seguente array di numeri interi:

{46, 13, 3, 1, 21, 14, 145, 45, 63, 24}

Mostrare **passo-passo l'esecuzione dell'heap-sort** per ordinare l'array in modo non decrescente (compresa la fase iniziale di build-max-heap).

Esercizio 4 (8 punti)

A lezione abbiamo visto il tipo di dato **lista singolarmente concatenata, ordinata in modo non decrescente**

```
class List {
    int key;
    List next;
}
```

Con i metodi

```
static List insert (List l, int key) {
    List nuovo = new List();
    nuovo.key=key;
    List i=l;
    List prev=null;
    while (i!=null && i.key<key) {
        prev=i;
        i=i.next;
    }
    if (prev==null) { //devo inserire
        //in PRIMA posizione
        nuovo.next=l;
        return nuovo;
    } else { //devo inserire dopo prev
        prev.next=nuovo;
        nuovo.next=i;
        return l;
    }
}
```

```
static List delete (List l, int key) {
    List i=l;
    List prev=null;
    while (i!=null && i.key<key) {
        prev=i;
        i=i.next;
    }
    if (i==null || i.key>key) return l;
    if (prev==null) { //cancello il
        // PRIMO elemento
        return i.next;
    } else {
        prev.next=i.next;
        return l;
    }
}
```

Si consideri ora il tipo di dato **lista doppiamente concatenata, ordinata in modo non decrescente**

```
class List2 {
    int key;
    List2 prev;
    List2 next;
}
```

- **(4 punti)** Scrivere un metodo **static List2 insert (List2 l, int key)** che, presi come parametri una Lista **l** ed un intero **key**, inserisce l'intero nella lista e restituisce la nuova lista così ottenuta (identificata dal suo primo elemento).
- **(4 punti)** Scrivere un metodo **static List2 delete (List2 l, int key)** che, presi come parametri una Lista **l** ed un intero **key**, elimina (se presente) la prima occorrenza della chiave **key** dalla lista **l**. Viene restituita la nuova lista così ottenuta (identificata dal suo primo elemento).

Regole per lo svolgimento della prova scritta:

- Per svolgere il compito si hanno a disposizione **100** minuti.
- Scrivere **subito** nome, cognome, matricola su **OGNI FOGLIO (compreso questo)**.
- Le risposte al primo esercizio devono essere date direttamente nel riquadro di questo foglio.
- Durante la prova scritta **non** è possibile abbandonare l'aula.
- Non è ammesso **per nessun motivo** comunicare in qualsiasi modo con altre persone
- È possibile consultare appunti, libri e dispense.
- Qualsiasi strumento elettronico di calcolo o comunicazione (telefoni cellulari, calcolatrici, palmari, computer, etc...) deve essere **completamente disattivato e depositato in vista sulla cattedra**
- Mettere in vista sul banco un valido documento di identità.